

Evoluzione dell'esperimento di Millikan: modernità e analisi completa per verificare la quantizzazione della carica e determinare la costante fondamentale e

La determinazione del valore della carica elettrica dell'elettrone è valsa a Robert Millikan la vittoria del premio Nobel nel 1923 oltre che numerose polemiche in merito alla sua scorretta condotta nel metodo di analisi scientifica. Questa tesina vuole ripresentare l'esperimento da lui svolto spiegandone le ipotesi iniziali e le fasi di svolgimento al fine di giungere alla conferma della teoria iniziale sulla carica elementare. Ci premuriamo dunque di esporre il metodo di analisi e le apparecchiature utilizzate ed evidenziare eventuali differenze rispetto all'esperimento originario.

Introduzione

È possibile per noi ragazzi ripercorrere le orme dei grandi fisici del passato e giungere ai risultati che loro prima di noi hanno ottenuto?

Noi abbiamo voluto provarci così in occasione del concorso indetto da DIESSE "scienzaFirenze" ci siamo confrontati con l'esperimento svolto da Millikan nel 1909 per determinare la carica dell'elettrone. Ci proponevamo dunque di ottenere un risultato quanto più possibile vicino al valore di $-1,602 \times 10^{-19}$ C studiando il moto di alcune sferette di polistirene ionizzate per strofinio assimilabili alle goccioline d'olio utilizzate in origine da Millikan. L'ipotesi era che queste, sottoposte a una forza-peso a cui si opponeva una forza di Stokes uguale e contraria, in una prima fase dell'esperimento si muovessero di moto uniforme nella direzione della forza di gravità. In un secondo momento generando una differenza di potenziale tra le armature del condensatore in cui si trovavano, le sferette venivano sottoposte oltre che alla forza di gravità e di Stokes anche alla forza del campo elettrico così che queste variassero la velocità (più elevata rispetto alla situazione iniziale ma sempre di moto uniforme) e la direzione del moto, contraria rispetto alle linee di forza del capo elettrico; infine in una terza fase il campo elettrico veniva invertito e con esso lo era anche la direzione del moto.

Finora abbiamo solo descritto tre situazioni dell'esperimento quindi in che modo sono stati utilizzati nella nostra trattazione i metodi e gli strumenti dell'indagine scientifica? Per poter giungere al nostro risultato è stato necessario calcolare le velocità in ognuno dei tre moti e per farlo ci siamo serviti di

una videocamera posta all'estremità del condensatore che registrasse i movimenti delle sferette. Una volta ottenuto il tracciato del percorso, all'acquisizione dei dati è seguita una loro attenta analisi attraverso il programma Tracker in cui specificando le lunghezze degli assi di riferimento e i frame/secondo, il fit delle curve ci ha restituito i valori e velocità. Noti quindi la viscosità dell'aria, il raggio delle sferette, le velocità e il valore del campo elettrico abbiamo potuto calcolare la quantità di carica di ogni singola sferetta notando come tali valori differissero tra loro di un minimo pari a $1,61 \times 10^{-19}$ C \pm $0,06 \times 10^{-19}$ dimostrando così la nostra tesi iniziale con un risultato di poco differente dal valore universalmente accettato.

Cenni storici

La formulazione da parte di Galileo Galilei nel XVII secolo del *metodo scientifico* o *metodo sperimentale* ha permesso agli scienziati di raggiungere una conoscenza oggettiva, verificabile e condivisibile basata sulla formulazione di ipotesi seguite dalla raccolta di dati empirici da cui trarre le conclusioni con un'accurata analisi matematica (secondo il principio delle *sensate esperienze e dimostrazioni necessarie*). Insieme alla sua nascita tuttavia sono sorte nuove problematiche tra cui la corretta selezione dei dati raccolti e l'accuratezza della strumentazione utilizzata, questioni in merito alle quali è celebre l'esperimento svolto da Millikan nel determinare il valore della carica elementare e . Egli infatti nel 1913 pubblicò l'articolo *On the Elementary electrical charge and the Avogadro constant*[4] in cui espone i risultati di 58 gocce

di olio su un totale di 140 dati raccolti selezionando dunque solo i risultati in accordo con la sua ipotesi, secondo cui gli elettroni possiedono tutti il medesimo valore in quanto unità elementari di carica, giungendo così ad un risultato di $e = 1,5924(17) \times 10^{-19} \text{ C}$. A tal fine Millikan tralasciò dalla sua trattazione tutti i risultati che potessero avvalorare l'ipotesi, fortemente sostenuta da Ehrenhaft, dell'esistenza di cariche frazionarie dotate di carica propria e indipendente, i quark¹. In seguito il fisico Allan Franklin, in occasione della disputa sull'attendibilità della teoria, analizzò tre dei risultati scartati i quali potevano indicare il valore di un quark pari a $2e/3$; tuttavia egli ritenne che tali valori discordanti dovessero essere attribuiti alla difficoltà dell'esperimento e che quindi Millikan al fine di ottenere un risultato più accurato abbia sezionato a buon ragione i dati rilevati quando le apparecchiature erano vicine alla perfezione. Millikan inoltre operò altre correzioni non in linea con una adeguata e trasparente analisi scientifica: adattò il valore del voltaggio all'interno del condensatore (invece che utilizzare la media tra il voltaggio a inizio e fine esperimento), non corresse in modo sistematico il valore del cronoscopio delle prime misurazioni pubblicandone tuttavia il risultato e infine utilizzò solo alcuni dei valori n, t al fine di ridurre l'errore statistico. Riguardo alle accuse rivolte a Millikan per tale sua condotta Daniel Kevles intervenne sostenendo che i dati non sempre parlano da soli dichiarando apertamente il proprio significato e che, dunque, è compito dello scienziato mettere da parte determinati risultati.

Descrizione e rielaborazione dei dati sperimentali

Analogamente a come fece Millikan nell'esperimento originale, per misurare il valore della carica elementare (carica elettrica dell'elettrone) si dovranno studiare valori molto piccoli di carica, per riuscire a individuare la loro non continuità, quindi l'effettiva quantizzazione della carica come multiplo della carica elementare.

Per fare questo utilizziamo lo stesso modello teorico utilizzato da Millikan, pertanto studieremo le forze agenti su delle piccole sferette di polistirene² poste all'interno di un campo elettrico. Le forze che entreranno in gioco saranno tre: la forza di gravità, la forza di attrito viscoso tra l'aria e le sferette e la forza elettrica in presenza del campo elettrico. Quando il generatore non è acceso le sferette si muovono, raggiungendo una velocità limite v_c dopo pochi istanti, nella direzione della forza di gravità. Utilizzando la legge di Stokes per l'attrito viscoso ed uguagliando tale forza a quella di gravità, otteniamo

¹Le cariche elettriche frazionarie, per quanto presenti nel modello standard, non sono però osservabili come cariche libere

²Le sferette da noi utilizzate sono state acquistate presso Polysciences, Inc. ad hanno un diametro medio di $1,0 \mu\text{m}$

l'equazione:

$$6\pi\eta r v_d = mg \quad (1)$$

con η viscosità dell'aria e v_c velocità di caduta libera che sarà ovviamente costante.

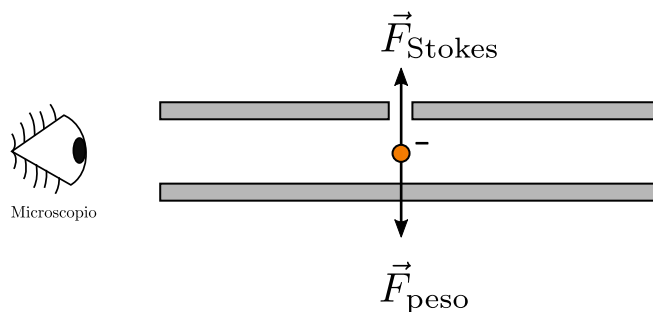


Figura 1 – Durante la prima fase della misura non è presente alcun campo elettrico tra le piastre del condensatore, le particelle cadono in virtù della forza di gravità

Quando il campo elettrico non è nullo, applicando sempre le equazioni di Stokes, ed in questo caso anche la forza elettrica esercitata sulla carica otteniamo:

$$qE = mg + 6\pi\eta r v_s \quad (2)$$

Con v_s velocità di salita.

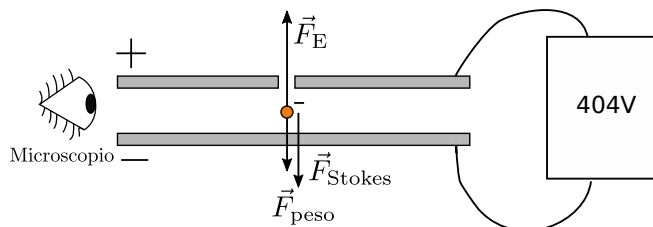


Figura 2 – Quando si produce il campo elettrico le sferette caricate negativamente si spostano verso l'alto

Analogamente invertendo la polarità del campo elettrico la forza elettrica cambierà verso e si avrà

$$qE + mg = 6\pi\eta r v_d \quad (3)$$

con v_d velocità di discesa

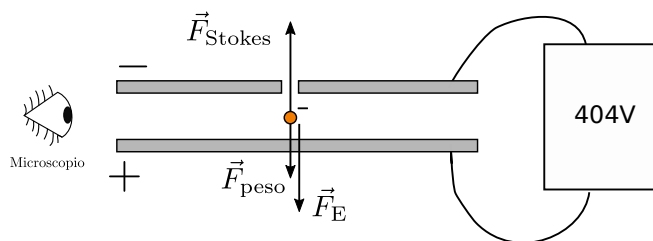


Figura 3 – Invertendo la polarità del condensatore le palline caricate negativamente si muovono verso il basso

Sommando la [2] alla [3] possiamo eliminare il termine gravitazionale ed ottenere l'equazione per la determinazione della carica presente sulla sferetta

$$q = \frac{3\pi\eta dr(v_d + v_s)}{V} \quad (4)$$

Dove d è la distanza delle piastre del condensatore, r sarà il raggio, che si può calcolare dalla 1. È noto che la viscosità dell'aria dipende dalla temperatura, per piccole escursioni di tale grandezza è possibile utilizzare una relazione (dovuta a Stokes) che ci permette di calcolare la viscosità dell'aria nell'intervallo di temperatura in cui si è svolto l'esperimento:

$$\eta(T) = [1.8 + 0.004765 * (T - 15)]0.00001 \quad (5)$$

Come già Millikan ebbe modo di osservare, il valore della viscosità dato dalla [5] è utilizzabile solo nel caso in cui il mezzo possa essere considerato continuo. Nel nostro esperimento la dimensione delle sferette di polistirene è comparabile al cammino libero medio delle molecole d'aria. Per tale motivo l'ipotesi di continuità del mezzo viene a cadere, sarà per tanto necessario fare ricorso alla relazione empirica di Cunningham, dipendente dalla temperatura T , dalla pressione p e da un parametro fenomenologico $b = 8,2 \times 10^2 \text{ Pa} \cdot \text{m}$

$$\eta_{\text{eff}} = \eta \left[1 + \frac{b}{rp} \right]^{-1} \quad (6)$$

Tale viscosità efficace sarà da utilizzare nella 1 al fine di ottenere una corretta stima del raggio

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_{\text{eff}}v_c}{2\rho g}} \quad (7)$$

Si nota però che l'equazione 6 dipende da r che sua volta dipende dall'equazione 7 pertanto dovremmo risolvere il sistema in funzione di r ottenendo

$$r = \left[\left(\frac{b}{2p} \right)^2 + \frac{9\eta v_c}{2g\rho} \right]^{1/2} - \frac{b}{2p} \quad (8)$$

In questo modo otteniamo il raggio corretto dalla 6 in funzione di parametri misurabili ed $\eta(T)$ calcolabile attraverso 5. Sostituendo nella 4 questi i valori otteniamo così la giusta equazione della carica delle sferette.

Questa nuova formulazione matematica del modello teorico originale ci permette di migliorare i risultati ottenuti, tuttavia al fine di acquisire dei valori quanto più accurati abbiamo rivisitato l'apparato originale di Millikan utilizzando un'apparecchiatura più moderna che ci ha anche permesso di ridurre considerevolmente i tempi di lavoro e analisi. La nostra strumentazione si differenzia dunque per vari fattori quali l'utilizzo di microsferette di polistirene nebulizzate attraverso un comune aerosol piuttosto che goccioline d'olio a debole

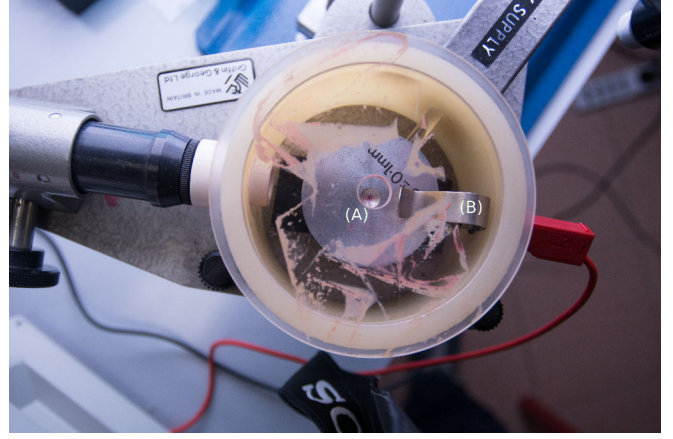


Figura 5 – visione dall'alto della cella contenitiva e del condensatore A collegato al generatori tramite i morsetti B

pressione di vapore; una diversa tecnica di illuminazione composta da un laser a luce verde (odica forza 75 mw), invece che l'originale lampada alogena, così da non surriscaldare l'aria all'interno del condensatore e non aumentarne i moti browniani, ottenendo inoltre una migliore illuminazione.

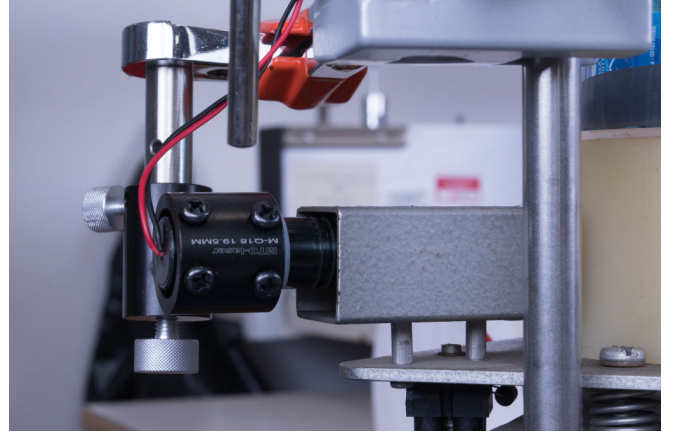


Figura 4 – laser Odica Force 75 mw utilizzato per illuminare le sferette

Infine abbiamo sostituito il vecchio metodo di acquisizione dati, basato sul seguire le sferette a occhio nudo con il solo aiuto di un microscopio, con l'utilizzo di una videocamera (ZWO ASI 120-S) che ci ha consentito di calcolare le velocità del moto con l'ausilio di Tracker. Tale programma di analisi dati permette di tracciare fotogramma per fotogramma il percorso delle sferette all'interno del condensatore e così facendo, dopo aver immesso i valori di frame rate e lunghezza dell'inquadratura, di ottenere il grafico spazio-tempo del tracciato.

In seguito attraverso la regressione lineare che il programma calcola automaticamente è possibile risalire alla velocità della pallina riducendo considerevolmente la

mole di lavoro (mostriamo qui uno dei grafici ottenuti).

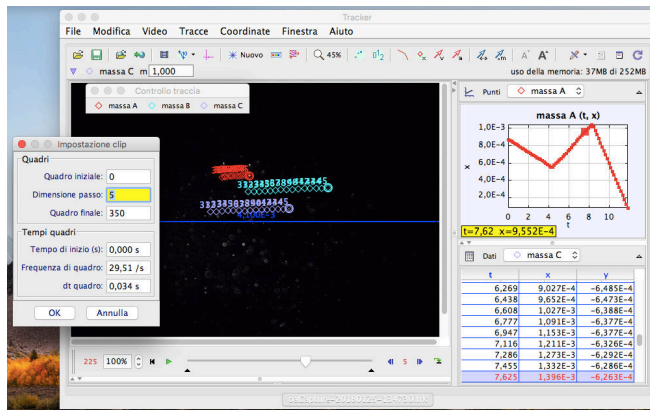


Figura 6 – esempio di raccolta dati attraverso il programma Tracker

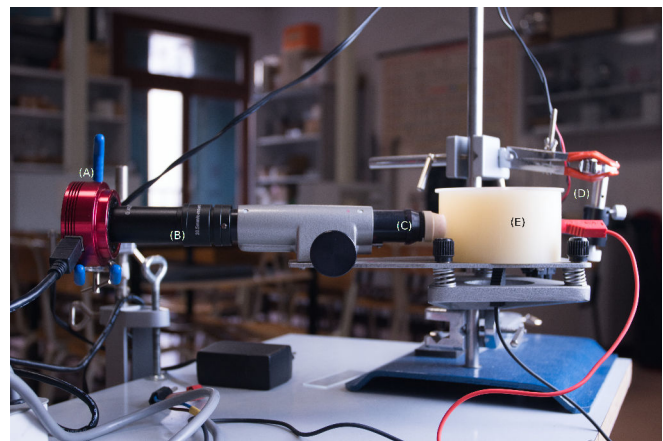


Figura 8 – Apparato sperimentale: A videocamera, B riduttore, C microscopio, E capsula con all'interno il condensatore, D laser

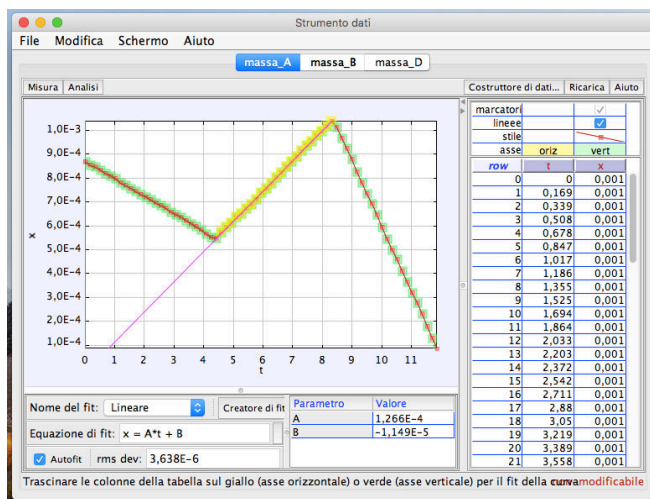


Figura 7 – Analisi del grafico ottenuto dal Tracker per trovare la velocità attraverso il fit della retta

Elaborati i video con Traker si ottengono le velocità che abbiamo immesso in un foglio di calcolo preparato per eseguire i calcoli necessari.

Per facilitare l'elaborazione dei dati è stata inserita una funzione Javascript, nel foglio di calcolo utilizzato³, che ci ha permesso la determinazione automatica del raggio in funzione dei valori di velocità fornite:

```

1 function radius( visc , b, rad , p, d, g, vf) {
2   radius=rad;
3   viscosity=visc;
4   for (i=1;i<6;i++){
5     viscosity=visc/(1+b/(p*radius));
6     radius=Math.sqrt(9*viscosity*vf/(2*g*d));
7   }
8   return radius;
9 }

```

Per i restanti elementi il nostro apparato sperimentale è analogo a quello originale è costituito da un generatore a tensione continua da 0-500 V collegato a uno switch che ci permette di cambiare polarità.

Lo svolgimento dell'esperimento e la raccolta dei dati sono stati svolti con il seguente schema: tramite l'aerosol si nebulizzano le sferette che attraverso un forellino sulla parte superiore entrano nel condensatore; si attiva il campo elettrico per eliminare le palline troppo cariche o troppo pesanti o altri elementi estranei che potrebbero essere entrati nel condensatore; si filmano le sferette con un tempo di 4 secondi in caduta libera, 4 secondi sotto l'azione delle forze del campo in una data polarità e poi con polarità inversa in un eguale intervallo di 4 secondi.

Si sono così calcolati valori di carica di ogni sferetta. Riportiamo qui alcuni dei valori trovati ed in appendice una tabella con tutte le misure acquisite:

³Google Sheets

v_c (m/s)	a (m/s)	v_d (m/s)	q (C) $\times 10^{-19}$
0.00003824	0.00004529	0.0001114	1.57
0.00003217	0.00006259	0.000128	1.91
0.00002337	0.00005296	0.0001113	1.52
0.00001716	0.00007012	0.0001362	1.51
0.00002666	0.00007828	0.0001258	1.21
0.00003072	0.0001559	0.0002141	3.41
0.00003811	0.0001661	0.0002116	3.00
0.00006302	0.000189	0.0002618	4.79
0.00003496	0.0001257	0.0001941	3.27
0.00002746	0.0001862	0.0002375	2.64
0.000044	0.0001149	0.0002099	4.05
0.0000404	0.0001075	0.0001874	3.32
0.0000309	0.0002029	0.0002713	4.49
0.0000435	0.0001192	0.0002985	3.94
0.00003881	0.0001913	0.0003121	5.09

Tabella 1 – Alcune delle misure raccolte, in appendice una tabella esaustiva di tutti i dati raccolti.

Innanzitutto, per verificare l’attendibilità dei dati raccolti si analizzano gli errori su ogni valore di carica delle sferette, così da eliminare quei risultati i cui valori dell’errore risultano troppo elevati. Per individuare l’errore sulla carica si deve studiare la propagazione dell’errore, ovvero come gli errori presenti sulle singole misure delle variabili dell’equazione 4 influiscono sul suo risultato.

Per fare ciò abbiamo utilizzato il metodo della somma in quadratura, che, per una funzione a più variabili, ricordiamo essere

$$\delta_q = \sqrt{\sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial q}{\partial x_k} \delta_{x_k} \right)^2} \quad (9)$$

Dove x_k sono le varie variabili e δ_{x_k} è l’errore sulle singole variabili misurate. Calcolando quindi la somma in quadratura per ogni misura si ottengono gli errori sistematici su ogni valore di carica. Dal calcolo risultano errori molto piccoli che differiscono l’uno dall’altro per quantità trascurabili. Si è pertanto considerato come errore sistematico $0,05 \times 10^{-19}$ C. Dopo questa prima analisi, si può passare all’interpretazione dati; si può notare, infatti, che i risultati raccolti non scendono mai sotto un certo valore, ovvero non troviamo cariche considerevolmente minori di circa $1,55 \times 10^{-19}$ C (vedi tabella), pertanto possiamo ipotizzare che la carica abbia un valore minimo, ovvero che esista un pacchetto minimo di carica e che quindi tutti i restanti valori non siano altro che multipli di tale del minimo che sarà la carica elementare. Abbiamo perciò fatto una media dei valori che abbiamo interpretato come singoli pacchetti di carica ottenendo $1,66 \times 10^{-19}$ C $\pm 4 \times 10^{-21}$ C il cui errore casuale è la deviazione standard della media. Sfruttando la nostra ipotesi di quantizzazione della carica, pertanto, abbiamo organizzato tutte le misure in funzione del numero

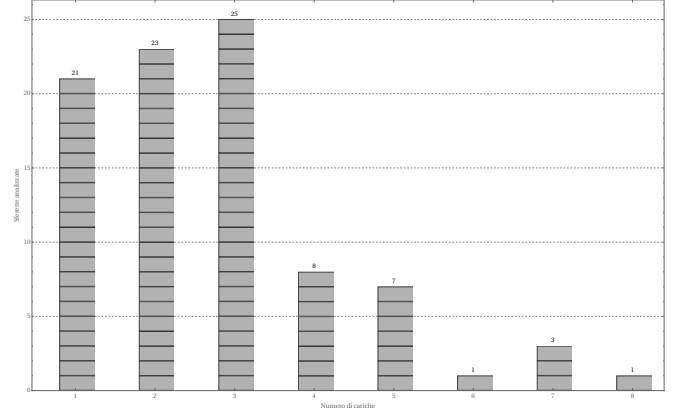


Figura 9 – istogramma delle misure raccolte per pacchetti di carica

di cariche elementari presenti, la carica presente su ogni sferetta dovrebbe quindi soddisfare una relazione del tipo

$$q = en \quad (10)$$

con e carica elementare ed n numero di cariche elementari presenti. Il valore della carica elementare dovrebbe essere quindi il coefficiente angolare della retta ottenuta dall’equazione 10. Dobbiamo quindi trovare la retta che meglio interpreta i dati raccolti; per fare ciò effettuiamo una regressione lineare con i valori medi ottenuti, pesata mediante gli errori delle varie grandezze. Consideriamo una retta di regressione passante per l’origine come da equazione 10 pertanto il valore della pendenza sarà

$$e = \frac{\sum nq}{\sum n^2} \quad (11)$$

Con errore (presupponendo sempre una distribuzione gaussiana degli errori)

$$\delta_e = \frac{\delta_q}{\sqrt{\sum n^2}} \quad (12)$$

Dove l’errore sulle misure δ_q sarà

$$\delta_q = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (q - en)^2} \quad (13)$$

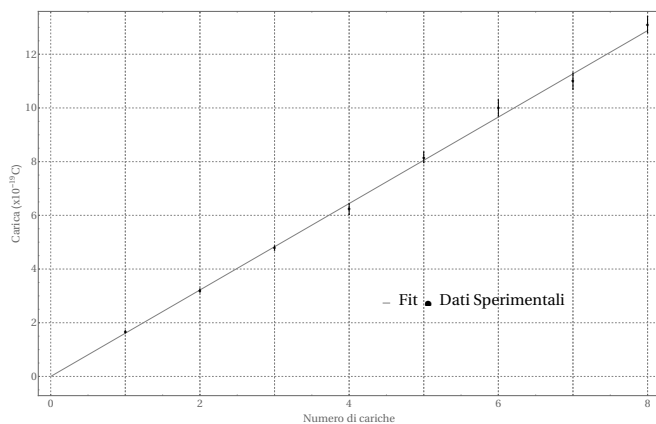


Figura 10 – grafico della regressione lineare dei dati raccolti

Attraverso questa formulazione matematica, siamo riusciti a calcolare un valore per la carica elementare pari a $e = 1,61 \times 10^{-19} \text{ C}$. Dove l'errore totale $0,06 \times 10^{-19} \text{ C}$ è la somma in quadratura dell'errore casuale, calcolato dall'equazione 12 e l'errore sistematico derivato dall'equazione 9.

Discussione

Il valore ottenuto come carica elementare può essere ritenuto attendibile poichè l'errore risulta trascurabile nell'ordine di grandezza della misura, esso infatti non compromette il significato del risultato dato che l'incertezza data dall'errore è sufficientemente contenuta rispetto al valore ottenuto, inoltre questo si avvicina alla carica elementare universalmente accettata di $1.602176565 \times 10^{-19}$ il che ci fornisce un ulteriore parametro di verifica per la correttezza del risultato calcolato. Tale valore è stato ottenuto anche grazie all'esclusione dai calcoli di alcuni valori che restituivano un raggio della sferetta troppo discostato dal valore dato dal produttore, così da eliminare gli errori dovuti alla considerazione di elementi estranei (come gocce d'acqua, più sferette unite tra loro o frammentate). Un'altra causa di errore presente nel esperimento originale è stata eliminata sostituendo le originali lampade alogene che scaldando l'aria aumentano i moti browniani e pertanto sfasano le velocità delle sferette, con un laser verde che non produce calore e dona un'ottima illuminazione all'interno del condensatore. In numero minore, ma comunque presenti, possono essere invece gli errori sistematici, dovuti ad una scorretta calibrazione della videocamera e quindi di una misura non del tutto accurata della distanza tra le armature del condensatore, oppure ancora ad un inserimento sbagliato dei dati in Tracker e nel foglio di calcolo. Per avere sempre risultati accurati si consiglia di prestare attenzione alla calibratura e messa a fuoco della videocamera. È preferibile avere poche sferette nel video, perché la percentuale di errore se si hanno molti oggetti uguali sovrapposti tra loro durante la tracciatura dell'andamento

aumenta considerando anche il disturbo della presenza di acqua rimasta in seguito alla vaporizzazione. A questo si può ovviare accendendo il campo elettrico per alcuni secondi prima della registrazione, in modo da rimuovere gli elementi con carica eccessiva dall'area di analisi.

Conclusioni

Questa replica dell'esperimento di Millikan è stata eseguita avendo a disposizione una strumentazione più moderna e attendibile al fine di ottenere dati migliori di quelli ottenuti dal fisico nel 1909, ma seguendo comunque la procedura che egli stesso aveva effettuato. È stato scelto un materiale sostitutivo alle gocce d'olio, il polistirene, in quanto l'olio rischia di evaporare o cambiare dimensione durante il corso dell'esperimento, inoltre l'uso di un laser migliora la visibilità dello spazio da analizzare rispetto ad una lampada alogena, mentre una videocamera e la possibilità di analizzare lo spostamento delle sferette digitalmente riduce l'errore umano. Come è possibile osservare dal grafico che riassume i risultati da noi ottenuti (Figura 8), la teoria della quantizzazione della carica come multiplo della carica elementare è stata verificata, $e = 1.61 \pm 0.06 \times 10^{-19} \text{ C}$ con un eccesso di +0.49% rispetto al valore e universalmente accettato, un risultato migliore rispetto al -0.61% ottenuto dal Premio Nobel.

L'esperimento di Millikan non prevede particolari difficoltà nello svolgimento, ma risulta basilare se si considera l'importanza dell'analisi dei dati raccolti. Applicare il metodo scientifico alla rivisitazione di questo esperimento significa non accontentarsi dei primi valori che verificano i risultati attesi basandosi sull'affidabilità degli strumenti utilizzati, ma raccogliere e analizzare più dati, con accuratezza e precisione, tenendo in considerazione gli errori ottenuti e darsi un'eventuale spiegazione per gli stessi.

Aver determinato e ha permesso di escludere tutte quelle teorie fisiche che non consideravano la carica come quantizzata, ma come continua. La carica elementare è diventata quindi una costante fondamentale utilizzabile anche come unità di misura, un esempio è l'associazione con la differenza di potenziale nella misura dell'energia tramite gli Eletttronvolt (eV). È alla base della legge che descrive il funzionamento del diodo a semiconduttore e quindi allo sviluppo della tecnologia moderna.

Abbiamo scelto di rieseguire proprio l'esperimento di Millikan perché oggi è possibile svolgerlo in tempi brevi e senza grandi spese (l'apparecchiatura principale ci è stata prestata dal liceo L. Martin di Latisana, nello spirito della collaborazione proprio della scienza, alla quale abbiamo aggiunto il laser e la videocamera). Inoltre è esplicativo in termini di applicazione del metodo scientifico in quanto nell'originale esperimento Millikan non pubblicò i dati in disaccordo con la sua tesi, mentre noi abbiamo tenuto in considerazione tutti quelli ottenuti.

Bibliografia

- [1] Kenneth J.Silva Jacquelyn C. Mahendra. Digital video microscopy in the millikan oil-drop experiment. *Am. J. Phys.*, 8:73, 2005.
- [2] Richard C. Jennings. Data selection and responsible conduct: Was millikan a fraud? *Science and Engineering Ethics*, 10:4, 2004.
- [3] Ray C. Jones. The millikan oil-drop experiment: Making it worthwhile. *Am. J. Phys.*, 11:63, 1995.
- [4] R. A. Millikan. On the elementary electrical charge and the avogadro constant. *Phys. Rev.*, 2:109–143, 1913.
- [5] Michael F. Perry. Remembering the oil-drop experiment. *Physics Today*, pages 56–60, 2007.
- [6] Peter Heering Stephen Klassen. Doing it differently: attempts to improve millikan’s oil-drop experiment. *Physics Education*, 4:45, 2010.
- [7] John R. Taylor. *Introduzione all’analisi degli errori. Lo studio delle incertezze nelle misure fisiche*. Zanichelli, 1997.

Appendice

Tabella di tutte le misure raccolte durante l'esperienza

$v_s \times 10^{-4} \text{ m/s}$	$v_d \times 10^{-4} \text{ m/s}$	$v_c \times 10^{-4} \text{ m/s}$	V ± 1 V	q $\times 10^{-19} \pm 5 \times 10^{-21} \text{ C}$
3.480	4.030	0.275	354	6.66
1.228	1.911	0.342	357	3.16
0.615	1.713	0.549	400	2.79
1.540	2.191	0.326	355	3.69
1.559	2.141	0.291	355	3.42
0.658	1.249	0.296	355	1.78
0.661	1.290	0.314	355	1.89
1.625	2.438	0.407	355	4.61
0.598	1.713	0.557	355	3.16
0.684	1.351	0.333	355	2.04
1.661	2.116	0.228	355	2.99
0.625	1.252	0.313	355	1.82
0.713	1.237	0.262	355	1.69
1.283	1.932	0.325	354	3.18
2.067	2.747	0.340	354	4.89
2.082	2.731	0.325	354	4.75
1.901	2.770	0.435	354	5.51
0.530	1.113	0.292	354	1.52
0.346	1.645	0.650	354	2.98
2.061	2.819	0.379	354	5.30
1.382	2.487	0.553	354	5.27
1.386	2.326	0.470	354	4.59
1.257	1.941	0.342	354	3.26
0.423	1.216	0.396	354	1.83
0.651	1.193	0.271	400	1.45
2.026	2.807	0.391	400	4.75
1.968	2.826	0.429	400	4.98
1.879	2.763	0.442	400	4.89
2.839	3.383	0.272	423	4.60
5.057	5.651	0.297	423	8.37
1.603	2.199	0.298	354	3.57
5.057	5.651	0.297	354	10.02
1.075	1.874	0.400	354	3.31
3.077	3.973	0.448	354	8.48
2.370	3.200	0.415	423	5.36
1.572	2.216	0.322	400	3.24
2.316	1.364	0.476	400	6.07
3.294	3.920	0.313	400	6.07
1.591	2.250	0.330	400	3.34
0.251	1.230	0.489	400	1.64
0.542	1.252	0.355	353	1.88
2.812	3.420	0.304	353	5.93
0.437	1.101	0.332	353	1.55
4.445	5.226	0.391	353	10.73
0.453	1.114	0.331	353	1.57
0.436	1.151	0.357	353	1.67
0.117	1.035	0.459	354	1.41
3.860	5.099	0.620	354	13.08
1.393	1.992	0.300	354	3.19
2.199	2.806	0.304	354	4.75
1.890	2.618	0.364	354	4.79
1.203	2.231	0.514	354	4.49
0.626	1.280	0.327	354	1.90
0.644	1.280	0.318	486	1.37
1.982	3.015	0.517	486	4.78
0.990	2.208	0.609	486	3.37
0.701	1.362	0.330	486	1.51
1.101	1.977	0.438	486	2.67
4.043	6.095	0.282	354	7.84
0.838	1.713	0.397	354	2.76
1.010	2.165	0.537	354	4.14
0.882	2.144	0.660	354	4.66
2.111	3.480	0.620	354	7.96
2.385	3.266	0.614	354	8.69
0.153	1.106	0.512	354	1.73
2.152	3.374	0.551	354	7.36
2.201	3.502	0.632	354	8.36
1.289	1.914	0.303	354	3.02
3.148	3.697	0.305	399	5.83
2.394	3.035	0.421	399	5.79
0.740	1.698	0.401	354	2.57
2.029	2.713	0.309	354	4.49
1.612	2.576	0.432	354	4.82
2.066	2.656	0.327	354	4.76
3.568	4.210	0.277	354	6.89
0.785	1.724	0.472	354	3.12
1.265	1.265	0.734	354	6.44
3.753	4.880	0.534	354	11.46
0.550	1.175	0.276	354	1.48
3.684	4.621	0.499	354	10.74
1.252	2.435	0.491	354	4.43
1.915	3.137	0.419	354	5.40
1.913	3.121	0.388	354	5.08
3.093	4.251	0.326	354	6.79
0.877	2.114	0.573	354	4.04
0.585	1.443	0.505	354	2.82
0.906	1.713	0.490	354	3.54
1.552	2.205	0.336	323	4.19
1.490	2.228	0.318	401	3.12