DIESSE FIRENZE

Didattica e Innovazione Scolastica
Centro per la formazione e
l'aggiornamento

SCIENZAFIRENZE

QUINDICESIMA EDIZIONE

Docenti e studenti a confronto su:

METODI E STRUMENTI NELL'INDAGINE SCIENTIFICA

"Osservare e sperimentare nello studio delle scienze"

Firenze, 19-20 aprile 2018

Menzione – Sezione Triennio

Titolo: Occhio al getto

Studenti: Michela Alamprese, Sofia Corsi, Matteo Gaspari, Monica Merli, Giulia Momi

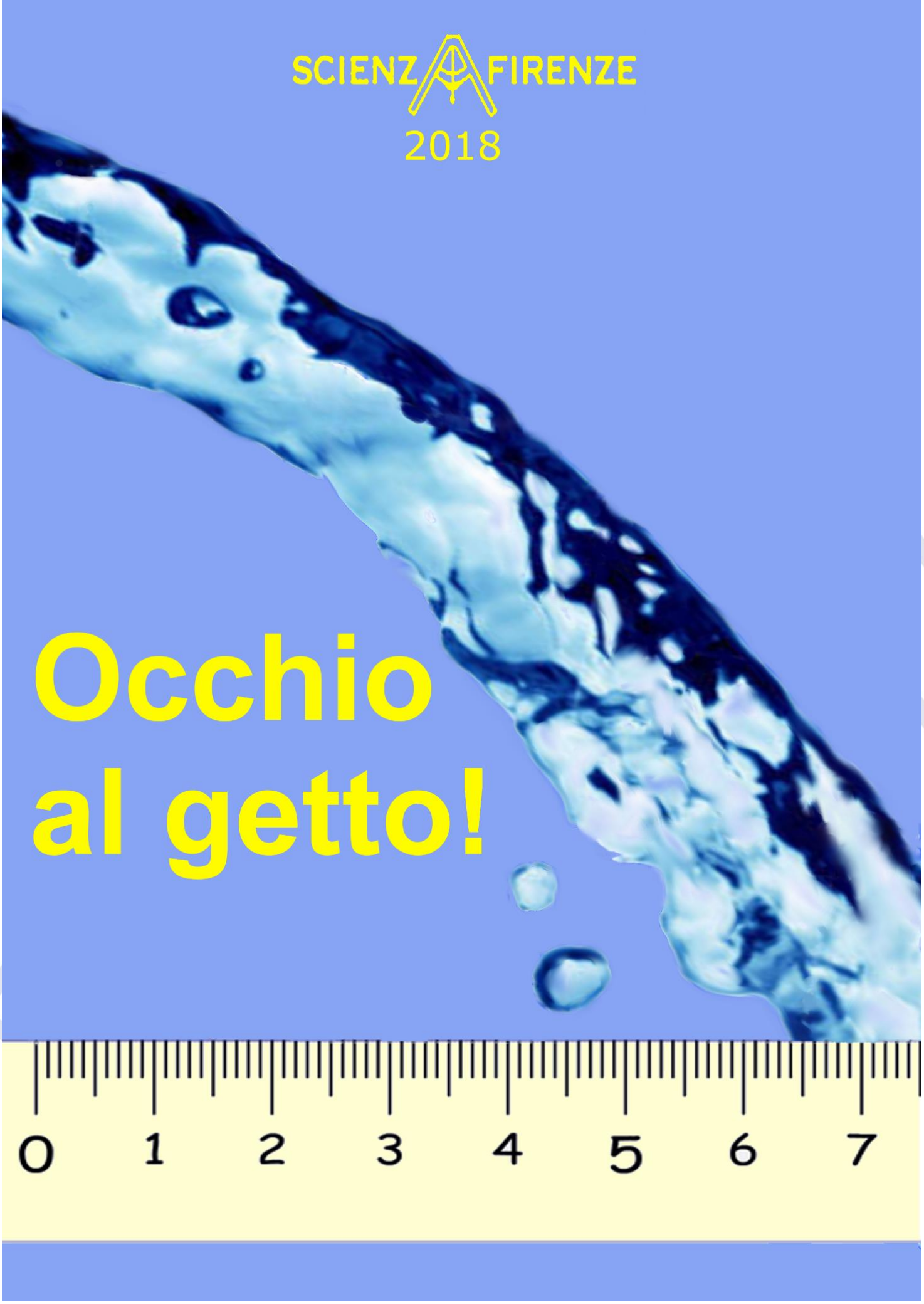
Classe: 3ª A

Scuola: Liceo Scientifico opzione Scienze Applicate "Fazzini-Mercantini", Grottammare (AP)

Docente: Giampiero Brinci

Motivazione: il contenuto è adeguato al tema del concorso. Gli studenti hanno svolto una buona e circostanziata analisi dei problemi sperimentali, hanno applicato accorgimenti efficaci e trovato soluzioni appropriate. Gli strumenti utilizzati sono semplici ma adeguati all'obiettivo sperimentale. I risultati sono discussi e valutati criticamente. Interessante l'approfondimento matematico che ha consentito di rileggere i dati sperimentali in una prospettiva più ampia.

SCIENZA FIRENZE
2018



Occhio al getto!

diesse
FIRENZE E TOSCANA

Didattica e Innovazione Scolastica
Centro per la formazione e l'aggiornamento

via Nomellini, 9 - 50142 Firenze
tel. 055-7327381 - fax 055-7377104

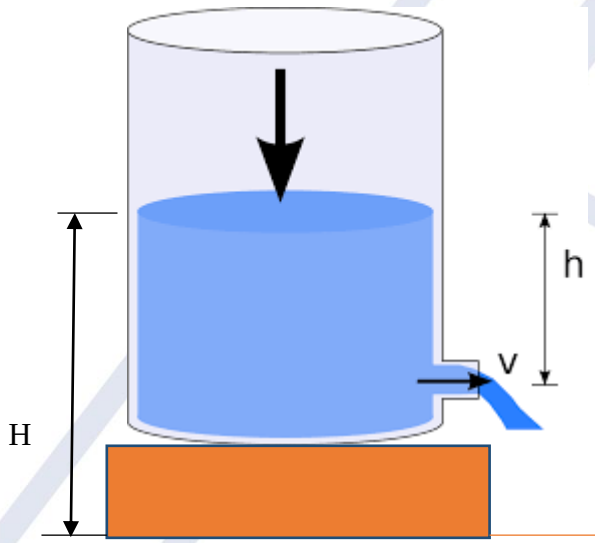
segreteria@diessefirenze.org
www.diessefirenze.org

INDICE

INTRODUZIONE
1. CALCOLO TEORICO DELLA GITTATA……..pag.3
1.1 La velocità di efflusso……..pag.4
1.2 Calcolo della gittata……pag.5
2. MISURA DELLA GITTATA……pag.5
2.1 Descrizione dell'esperimento……pag.5
2.2 Raccolta e discussione dei dati……pag.6
2.3 Misura della gittata con olio……pag.7
2.4 La viscosità……pag.8
3. SPUNTI FINALI……..pag.9
3.1 Un interessante approfondimento matematico……pag.9
4. CONCLUSIONI……..pag.10
5. RINGRAZIAMENTI…….pag.10
BIBLIOGRAFIA

INTRODUZIONE

Quando il nostro insegnante ci ha proposto di lavorare su un'esperienza concreta di fisica noi abbiamo risposto con entusiasmo, perché eravamo curiosi di essere protagonisti di un vero e proprio esperimento, cosa che in questi primi anni di liceo ci è capitata raramente.
Il problema che abbiamo voluto affrontare è il seguente: "*Dato un recipiente cilindrico riempito di acqua e posto su un piedistallo, si misuri la lunghezza x (gittata) del getto di acqua uscente da un foro praticato sul recipiente*".
Partendo dall'equazione di Bernoulli abbiamo calcolato (teoricamente) la gittata del liquido. Poi abbiamo misurato questa lunghezza in laboratorio, ed è stata senza dubbio la parte più divertente.
Inizialmente pensavamo che effettuare tale misura sarebbe stato piuttosto semplice, ma poi andando avanti abbiamo dovuto affrontare diversi problemi pratici che non avevamo previsto. Questo ci ha fatto capire la differenza tra immaginare un esperimento e realizzarlo concretamente.



FIGURA

Come abbiamo evidenziato in figura 1, indicheremo con

- **h** la distanza tra la superfice libera del liquido e il livello a cui si trova il foro di uscita.

- **H** la distanza tra il livello zero dove cadrà il getto d'acqua e la superfice libera del liquido

1. CALCOLO TEORICO DELLA GITTATA

1.1 La velocità di efflusso

Vogliamo calcolare la velocità di uscita del liquido dal foro vicino alla base. Supponiamo che il

liquido si comporti come un fluido ideale e che quindi possiamo scrivere l'equazione di Bernoulli relativa a due punti del fluido. Scegliamo due punti che si trovano alla stessa pressione: un punto 1 subito fuori dal condotto di uscita e un punto 2 sulla superfice libera del liquido nel serbatoio. La pressione che agisce su entrambi i punti è soltanto la pressione atmosferica.

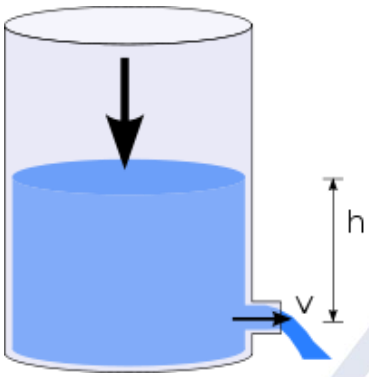
Partiamo dalla nota equazione di Bernoulli relativa ad un fluido ideale:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^{\,2} + \rho \cdot g \cdot y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^{\,2} + \rho \cdot g \cdot y_2$$

dove ρ è la densità del fluido e:

p_1, v_1, y_1 sono rispettivamente la pressione, la velocità del fluido e l'altezza nel punto 1;

p_2, v_2, y_2 sono rispettivamente la pressione, la velocità del fluido e l'altezza nel punto 2.



Poiché la pressione nel punto 1 è uguale a quella nel punto 2, cioè si ha $p_1 = p_2$, l'equazione di Bernoulli diventa:

$$\frac{1}{2}\rho \cdot v_1^{\,2} + \rho \cdot g \cdot y_1 = \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^{\,2} + \rho \cdot g \cdot y_2$$

Eliminando la densità ρ che compare come fattore comune e risolvendo l'equazione precedente rispetto al quadrato della velocità di efflusso $v_1^{\,2}$ si ottiene:

$$v_1^{\,2} = v_2^{\,2} + 2 \cdot g \cdot (y_2 - y_1) = v_2^{\,2} + 2 \cdot g \cdot h$$

Mantenendo costante il livello dell'acqua nel serbatoio, $v_2^{\,2} = 0$ (nel punto 2 il livello dell'acqua rimane fermo) perciò si ottiene:

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Possiamo concludere che la velocità [illegible] un liquido ideale da un recipiente di altezza *h* è uguale alla velocità di un oggetto che cade liberamente dalla stessa altezza.

1.2 Calcolo della gittata

Come abbiamo potuto osservare in precedenza, il getto d'acqua uscirà dal foro con una velocità orizzontale di modulo $v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$. Inoltre, trovandosi ad un'altezza $(H - h)$ dal suolo, sarà sottoposto all'accelerazione di gravità in direzione verticale.

Quindi il suo moto avrà: una componente orizzontale di moto rettilineo uniforme con velocità $v_x = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ e una componente verticale di moto uniformemente accelerato con accelerazione g (accelerazione di gravità) e velocità iniziale $v_{0y} = 0$. Le equazioni del moto saranno:

$$x = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot t \qquad \textbf{(1)}$$

$$y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + (H - h) \qquad \textbf{(2)}$$

Dalla **(1)** ricaviamo il tempo $t = \dfrac{x}{\sqrt{2 \cdot g \cdot h}}$ e lo sostituiamo nella **(2)** ottenendo l'equazione della traiettoria $y = -\dfrac{1}{4h}x^2 + (H - h)$ che è una parabola con la concavità rivolta verso il basso.

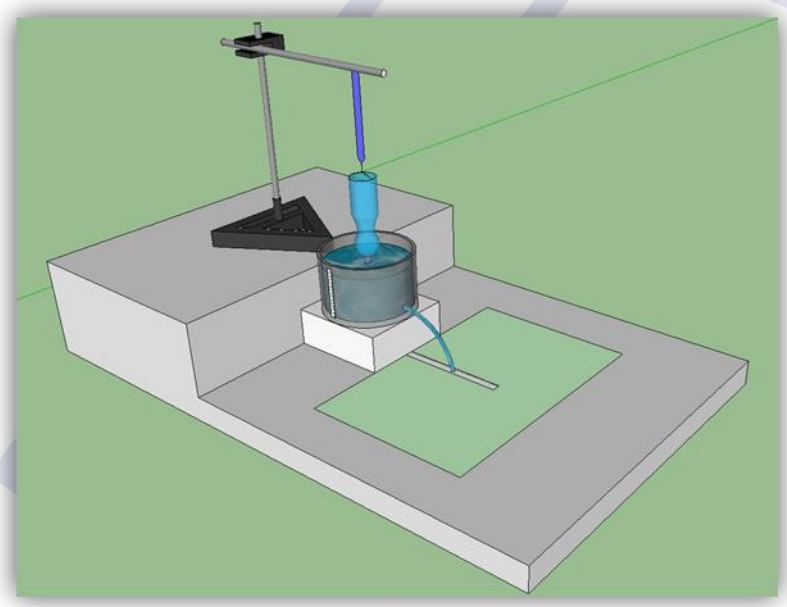
Dovendo calcolare il tempo impiegato dal getto d'acqua per toccare il suolo poniamo la **(2)** uguale a zero ($y = 0$ livello del piano dove cade il getto d'acqua) ottenendo $t = \sqrt{\frac{2 \cdot (H - h)}{g}}$. La lunghezza della gittata sarà perciò $x = \sqrt{2 \cdot g \cdot h \cdot \frac{2(H - h)}{g}}$ Semplificando l'accelerazione di gravità avremo:

$$x = 2 \cdot \sqrt{h \cdot (H - h)} \qquad \textbf{(3)}$$

OSSERVAZIONI:

1) Notiamo subito che la lunghezza del getto d'acqua risulta indipendente dall'accelerazione di gravità e dipende soltanto da *h* e *H*. Possiamo così realizzare un esperimento riguardante la caduta dei gravi che dà lo stesso risultato in qualunque punto dell'universo.
2) L'unica condizione prevista è che g sia diversa da zero, questo evidenzia un interessante parallelismo tra risultato algebrico e situazione fisica: algebricamente, se g = 0 la formula della gittata perde significato e da essa non è possibile semplificare l'accelerazione di gravità, fisicamente, in assenza di gravità non si avrebbe alcun getto.

vamo praticato un foro poco sopra la base. Chiuso il foro con un tappo abbiamo riempito il recipiente di acqua fino ad un'altezza **h** e lo abbiamo posto sopra un piedistallo. Abbiamo indicato con **H** la distanza tra la superfice libera dell'acqua e il livello dove il liquido sarebbe caduto *(vedi figura 1)*.



Il primo problema che abbiamo dovuto affrontare è stato quello di poter mantenere costante il livello **h** dell'acqua mentre il liquido fuoriusciva. Il secondo problema è stato come misurare esattamente la gittata del liquido. Abbiamo risolto il primo problema immergendo nel recipiente una bottiglia piena d'acqua capovolta per rabboccarlo e mantenere costante il livello del liquido, come si fa, ad esempio, con l'abbeveratoio delle gabbie degli uccellini. In questo modo il livello dell'acqua coinciderà sempre con quello della bocca della bottiglia capovolta poiché l'acqua uscirà da essa solo nel momento in cui potrà entrarvi aria. Il secondo problema ci sembrava il più semplice da risolvere mentre in realtà ci siamo dovuti ingegnare molto. Inizialmente avevamo pensato di far cadere l'acqua sopra un piano di sabbia che avrebbe evidenziato il punto di caduta, ma non ha funzionato perché l'acqua rapidamente ingrandiva la macchia e la misura diventava praticamente impossibile. Abbiamo pensato, quindi, di prendere un metro di carta, di quelli che si trovano gratuitamente nei negozi di bricolage, plastificarlo e disporlo a

partire dalla base del piedistallo nella direzione del getto d'acqua. Avremmo potuto leggere così la misura. Anche questo tentativo è stato poco efficace perché non era affatto semplice riuscire a leggere esattamente il punto in cui cadeva l'acqua. Infine abbiamo avuto l'idea di rendere più visibile il getto tingendo l'acqua con dei coloranti alimentari. Scattando delle foto digitali durante la fuoriuscita dell'acqua potevamo leggere con esattezza la misura.

2.2 Raccolta e discussione dei dati

Abbiamo effettuato misure variando sia l'altezza **h** (aggiungendo o togliendo acqua), sia la distanza **H** (cambiando l'altezza del piedistallo). Per ridurre gli errori accidentali (soprattutto quelli di parallasse) le misure sono state ripetute per tre volte.
Nella tabella seguente vengono riportate:

- nelle prime due colonne le altezze H e h definite precedentemente;
- nella terza colonna le tre misure effettuate per una gittata;
- nella quarta colonna il calcolo del loro valore medio X_m con relativa incertezza;
- nella quinta colonna il valore teorico della gittata calcolato con la formula **(3)** X_t;
- nella sesta colonna la differenza tra la gittata teorica e quella misurata ΔX;
- nella settima colonna il valore D dato dal rapporto tra il valore della differenza ΔX e il valore della misura della gittata.

TABELLA

H (cm)	h (cm)	Gittata misurata X (cm)	Gittata media X_m (cm)	Gittata teorica X_t (cm)	Differenza $\Delta X = X_t - X_m$ (cm)	Differenza Relativa $D = \Delta X / X_m$
28,4	13,6	25,5 25,0 25,2	$25,2 \pm 0,25$	28,4	3,17	0,13
21,1	09,0	17,7 18,5 18,2	$18,1 \pm 0,40$	20,9	2,8	0,15
16,3	11,4	12,9 12,9 13,0	$12,9 \pm 0,05$	14,9	2,0	0,16
12,8	7,5	10,7 10,9 10,9	$10,8 \pm 0,1$	12,6	1,8	0,17
16,3	11,1	13,0 12,9 12,8	$12,9 \pm 0,1$	15,2	2,3	0,18
21,3	06,7	16,0 16,2 16,0	$16,1 \pm 0,1$	19,8	3,7	0,23

Inizialmente siamo stati un po' delusi dal riscontrare che la nostra misura non era mai uguale a quella che avevamo teorizzato. Poi il nostro insegnante ci ha suggerito di analizzare più attentamente i dati e provare a formulare delle ipotesi. Allora ci siamo accorti di due aspetti importanti:

1) **la gittata teorica è sempre maggiore di quella misurata**

2) **il rapporto indicato nell'ultima colonna, considerando l'incertezza delle misure, rimane praticamente costante.**

Queste osservazioni ci hanno portato a dedurre che la formula **(3),** ricavata teoricamente, ci dava la gittata di un liquido ideale. Ma quando trattiamo un liquido reale evidentemente si crea una sorta di "*attrito*" che ne riduce la lunghezza. Per verificare questa ipotesi e cercare la causa di questo "*attrito*" abbiamo pensato di ripetere l'esperimento con un liquido diverso, cioè l'olio.

2.3 Misura della gittata con olio

Ripetendo le misure con la stessa tecnica descritta nel paragrafo 2.1, ma usando come liquido l'olio, si ottengono i seguenti dati:

TABELLA

H (cm)	h (cm)	Gittata misurata X (cm)	Gittata media X_m (cm)	Gittata teorica X_t (cm)	Differenza $\Delta X = X_t - X_m$ (cm)	Differenza Relativa $D = \Delta X / X_m$
22,8	5,8	11,2 11,5 11,5	$11,4 \pm 0,15$	19,9	8,5	0,75
25,2	8,3	14,8 14,6 14,8	$14,7 \pm 0,1$	23,7	9	0,61
27,8	10,9	17,4 17,6 17,5	$17,5 \pm 0,1$	27,1	9,6	0,55

Anche in questo caso la gittata teorica è maggiore di quella misurata, ma la differenza tra quella teorica e quella misurata è nettamente maggiore.
Per spiegare questo risultato ci siamo chiesti cosa c'è di diverso tra acqua e olio:

- i due liquidi hanno una diversa densità, ma non può essere questa la causa della differenza poiché è noto che la densità dell'olio è minore di quella dell'acqua; e quindi, se fosse la densità del liquido ad accorciare la gittata, il risultato sarebbe opposto.
- I due liquidi hanno una diversa "***viscosità***": precisamente, la viscosità dell'**acqua** a 20°C vale $1{,}00\ mPa \cdot s$, mentre quella dell'**olio** alla stessa temperatura è $84{,}00\ mPa \cdot s$; ebbene questo secondo dato è certamente in sintonia con i nostri risultati.

2.4 La viscosità

Approfondendo il significato del termine viscosità abbiamo trovato la seguente definizione:

"*la viscosità di un fluido è una misura della resistenza che, all'interno del*

fluido stesso, gli strati adiacenti oppongono allo scorrimento reciproco".

Se consideriamo un fluido che scorre in un condotto, la viscosità rappresenta la difficoltà che esso incontra a scorrere liberamente al suo interno. Se la viscosità è maggiore gli strati scorrono con più difficoltà: quindi, a parità di condizioni, la velocità di uscita da un foro diminuisce con l'aumentare della viscosità.
Quando abbiamo ricavato la formula **(3)** per il calcolo della gittata non abbiamo considerato affatto la viscosità, quindi il nostro fluido ideale aveva viscosità uguale a zero, invece in laboratorio la misura è stata effettuata con liquidi reali, la cui viscosità non è trascurabile.
È dunque per questo motivo che le gittate misurate risultano minori di quelle teoriche. Quella sorta di *"attrito"* che avevamo ipotizzato per spiegare i nostri risultati è dunque la viscosità.
Riteniamo che la differenza relativa che abbiamo indicato nell'ultima colonna delle nostre tabelle possa essere un indice di tale viscosità.

3. SPUNTI FINALI

3.1 Un interessante approfondimento matematico

Consideriamo l'equazione che ci fornisce la formula della gittata:

$$x = 2 \cdot \sqrt{h \cdot (H - h)} \qquad \textbf{(3)}$$

Con x > 0 posso elevare entrambi i membri al quadrato ottenendo

$x^2 + 4h^2 - 4Hh = 0$ ovvero $x^2 + 4 \cdot \left(h - \frac{H}{2}\right)^2 = H^2$ che, dividendo tutto per H^2, ci dà l'equazione dell'ellisse traslata

$$\frac{\left(h - \frac{H}{2}\right)}{\frac{H^2}{4}} + \frac{x^2}{H^2} = 1$$

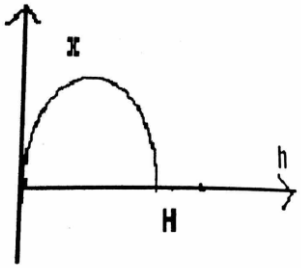


Fig. 2

Che è la parte di ellisse posta nel semipiano di ordinata positiva avente il centro di simmetria nel punto $\left(\frac{H}{2};0\right)$, semiassi $\frac{H}{2}$ ed *H* e vertici nei punti $(0;0),(H;0)$ e $\left(\frac{H}{2};H\right)$. Prendendo la variabile *h* sull'asse delle ascisse e *x* (gittata) su quello delle ordinate otteniamo il grafico in fig. 2.

Si evince facilmente che tale funzione assume il valore massimo proprio per *h = H/2.* Ciò significa che la gittata sarà massima quando il valore *h* (distanza tra la superfice libera del liquido e il livello a cui si trova il foro) è la metà di *H* (distanza tra la superfice libera e il piano dove cade il liquido, vedi figura 1) e per tale valore di *h* la gittata sarà uguale ad *H* che è la massima gittata possibile.
Rileggendo i dati sperimentali della TABELLA 1, possiamo osservare nella prima riga una situazione molto prossima a quella relativa alla gittata massima prevista dai nostri calcoli. Infatti abbiamo un valore di *H* = 28,4 e *h* = 13,6 con una gittata che è la maggiore tra tutte quelle misurate.
Quest'ultimo aspetto dedotto da alcune osservazioni matematiche e confermate dall'esperimento ci permette di ottenere due risultati:

- Fissata l'altezza del piedistallo dove poggia il recipiente, è possibile calcolare l'altezza del liquido da versare per ottenere la massima gittata possibile.
- E' possibile costruire la struttura in modo da ottenere una data gittata: infatti, volendo ottenere una gittata di misura G, basta poggiare il recipiente su un piedistallo di altezza $\frac{G}{2}$ e riempirlo di liquido fino all'altezza di altri $\frac{G}{2}$. Si otterrebbe così la una gittata massima di lunghezza $H=\frac{G}{2}+\frac{G}{2}=G$ come volevamo inizialmente.

  Va tenuto conto, tuttavia, che in relazione alla viscosità del liquido la gittata sarà sempre minore di quella calcolata teoricamente.

4. CONCLUSIONI

Questo esperimento, che inizialmente sembrava semplice realizzare, ci ha messo alla prova a causa di alcuni problemi che abbiamo riscontrato durante il suo svolgimento e naturalmente, ciò ha reso il tutto ancora più divertente.
Ci ha entusiasmato l'opportunità di partecipare a questo progetto e di creare un esperimento tutto nostro.
Grazie a questo esperimento abbiamo sviluppato una mentalità più critica in grado di trovare strategie alternative per la risoluzione di un problema. Inoltre abbiamo potuto concretizzare le nostre conoscenze riguardo la fisica e constatato la relazione con la matematica ottenendo dei risultati inizialmente inaspettati, come la condizione per avere la gittata massima.

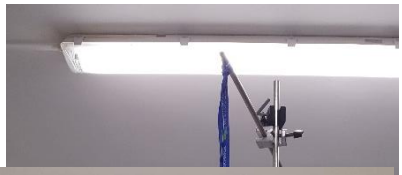
5. RINGRAZIAMENTI

Ringraziamo la Dirigente scolastica che ha messo a nostra disposizione tutti gli strumenti necessari per la realizzazione del progetto.

Inoltre ringraziamo il docente di fisica che ci ha dato l'opportunità di partecipare a questo progetto e ci ha accompagnato in questo percorso, e il signor Marino, il tecnico di laboratorio, che ci ha aiutato in tutte le fasi della realizzazione dell'esperimento.

6. BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA

Rivista di matematica e didattica "Progetto Alice" n.13 – Pagine
Claudio Romeni "Fisica e realtà.blu" Vol.1 – Zanichelli
J.S.Walker "Fisica modelli teorici e problem solving" Vol.1– Pearson
L.Sasso "Nuova matematica a colori" Vol.3 – Petrini
Ebook.scuola.zanichelli.it
https://www.sketchup.com/it



Struttura completa per la misura della gittata

Esempio di foto utilizzata per effettuare la misura

Misura della gittata con olio

Relazione del docente

Il tema di quest'anno mi ha dato l'idea di proporre ad un gruppo di miei studenti del terzo anno un lavoro che avesse due obiettivi: sperimentare concretamente

le fasi di un'indagine scientifica e raccordarsi al percorso di alternanza scuola – lavoro previsto per la loro classe. Questa attività prevede il monitoraggio di un fiume della nostra zona, in un contesto di misure previste a tutela del territorio. Perciò ho proposto agli alunni di sviluppare un esperimento di idrodinamica: la misura della lunghezza di un getto di acqua. Abbiamo trattato insieme la parte teorica: partendo dall'equazione di Bernoulli siamo giunti a determinare la formula della gittata. Successivamente, in maniera autonoma, i ragazzi hanno effettuato la misurazione delle gittate, trovando le strategie per risolvere alcuni problemi pratici che inizialmente non avevano previsto. Non ho volutamente parlato agli alunni della viscosità affinché potessero da soli dedurre delle ipotesi dai risultati dell'esperimento. In un primo momento si sono scoraggiati perché le misure rilevate differivano dal calcolo teorico, poi sono stati in grado di trovare delle spiegazioni, verificarle sperimentalmente fino ad arrivare alla soluzione del problema.
Infine, dopo aver analizzato la funzione della gittata e la sua rappresentazione grafica, ho proposto ai ragazzi la risoluzione di un semplice problema di massimo, i cui risultati sono stati confermati dai dati che avevano raccolto. Questo mi ha permesso di evidenziare agli studenti lo stretto legame tra la matematica e la fisica. L'esperimento è stato eseguito utilizzando materiali poveri e può essere ripetuto piuttosto agevolmente. Rappresenta un esempio di come si possa realizzare una didattica efficace e coinvolgente e una feconda integrazione tra l'insegnamento della matematica e della fisica.
Ho ritenuto importante che anche i materiali e la strumentazione dell'esperimento fossero preparati dai ragazzi. Perciò ho dato solo le informazioni strettamente necessarie per stimolare la loro creatività e fargli vivere momenti di vera scoperta. Oltre al conseguimento e al consolidamento di diversi obiettivi cognitivi ed operativi ho tentato di far recuperare agli studenti la manualità, dimensione tanto trascurata quanto utile alla formazione integrale della persona. Ho avuto una risposta molto positiva dagli studenti che hanno mostrato particolare entusiasmo e coinvolgimento nella parte operativa dell'esperimento: una felice conferma della centralità dell'esperienza pratica nella didattica della fisica.