

Docenti e studenti a confronto su:

**LO STUDIO DELL' ARIA
E DEI FENOMENI ATMOSFERICI**
Osservare e sperimentare nella scienza.

Firenze, 19-20 aprile 2023

Menzioni d'onore

SEZIONE TESINE TRIENNIO

UNA FARELLA CON L'OMBRELLO

Studenti

Alfano Vincenzo - Giorgi Maya - Lo Presi Tommaso - Pinzauti Alessandro Paolo -
Venturini Chiara

Classe 5ALS

Istituto di Istruzione Superiore
Liceo Scientifico Gobetti-Volta
Bagno a Ripoli (FI)

Docente Coordinatore
Cambini Nicoletta

L'argomento è coerente con il tema proposto, il problema della attendibilità delle previsioni del tempo meteorologico. Il lavoro è stato svolto in collaborazione con il LaMMA (Laboratorio di Meteorologia Modellistica Ambientale). Notevole l'introduzione sulle equazioni di Lorentz, che ha portato anche a un esempio di soluzione numerica. Da un punto di vista sperimentale è stato analizzato un grafico di previsioni, che mostra come da situazioni iniziali molto simili si possono verificare in seguito situazioni atmosferiche e temperature notevolmente differenziate.

Una farfalla con l'ombrello

SCIENZA FIRENZE 2023 - sezione Triennio

RELAZIONE DOCENTE:

Il gruppo di lavoro è composto da tre studenti e due studentesse di quinta liceo scientifico ordinario con potenziamento in astronomia.

La scelta dell'argomento della matematica che soggiace alle previsioni metereologiche è stato dettato dalla presenza sul territorio fiorentino del consorzio LaMMA (Laboratorio di Meteorologia Modellistica Ambientale) che da oltre vent'anni si occupa di meteorologia, climatologia, i sistemi informativi geografici (GIS) e la geologia.

Per questo l'insegnante ha proposto di contattare il consorzio per individuare un percorso adatto.

Il lavoro è stato a vari livelli:

- conoscenza del lavoro svolto dai ricercatori e previsori del LaMMA
- individuazione di un argomento e di un percorso adatto
- formazione di base sui modelli meteorologici che portano alle previsioni metereologiche
- individuazione di una reale situazione metereologica da analizzare
- formazione di base sui sistemi dinamici caotici e loro applicazioni
- formazione di base sulla soluzione di un semplice metodo numerico per la soluzione di equazioni differenziali
- formazione di base delle principali funzionalità di un foglio di calcolo per realizzare un programma per la risoluzione numerica delle equazioni di Lorenz

Infine la stesura della tesina, ha richiesto un notevole sforzo di analisi e sintesi spaziando dalla terminologia, alle equazioni differenziali, dai sistemi caotici ai metodi numerici di risoluzione di equazioni. Tutto questo ha reso il lavoro decisamente multidisciplinare e particolarmente coinvolgente.

INTRODUZIONE E DESCRIZIONE DELL'ESPERIENZA:

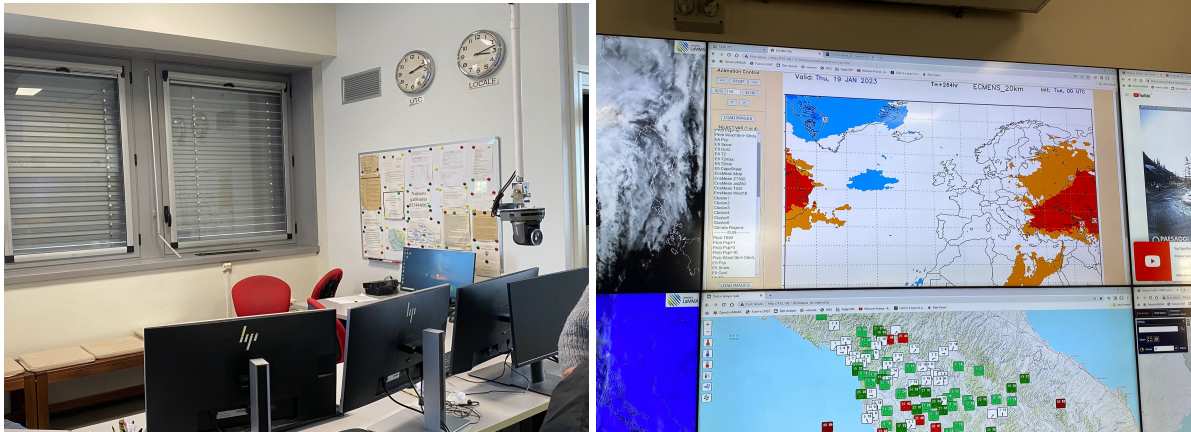
La prima domanda che ci è sorta al momento di decidere la tematica centrale della nostra relazione è stata la seguente: in quale modo lo studio dei fenomeni atmosferici entra ogni giorno nella vita di tutti e appare più vicino alla nostra esperienza quotidiana? La risposta è più che scontata, abbiamo infatti concordato: si tratta senza dubbio delle previsioni metereologiche. Il processo che si cela nello studio dei modelli della fisica dell'atmosfera, con il quale i metereologi si confrontano ogni giorno, si è però rivelato essere tutt'altro che banale. A seguito di qualche ricerca ci siamo imbattuti nella teoria del caos, che sta alla base degli imprevedibili sistemi analizzati dai fisici che si occupano dello studio dell'atmosfera e, affascinati da questo tema, abbiamo deciso di approfondire la nostra conoscenza in materia.

La prima cosa che abbiamo fatto per entrare meglio nell'argomento, dopo aver deciso la collaborazione con il consorzio LaMMA, è stata quella di organizzare un incontro con esperti in materia, tramite una videochiamata, dove i Dottori Gianni Messeri e Claudio Tei ci hanno fornito una spiegazione generale su come funzionano le previsioni metereologiche e cosa gli operatori del LaMMA fanno.

In un secondo momento, dopo esserci consultati con l'aiuto della professoressa, abbiamo deciso di concentrarci principalmente sulle equazioni di Lorenz, che stanno alla base dei sistemi caotici come quelli analizzati dalle previsioni del tempo atmosferico. Siamo riusciti a capire meglio perché queste, dopo circa 3-4 giorni, si rivelano molto spesso errate.

Quindi ci siamo messi d'accordo con i referenti del consorzio per organizzare un incontro direttamente nella sede principale del LaMMA a Sesto Fiorentino per capire in prima persona il lavoro di un metereologo, e per approfondire il sistema delle equazioni di Lorenz e l'effetto farfalla. Durante la visita ci è stata mostrata anche la sala principale, dove avvengono le dirette del TGR Toscana per le previsioni del tempo, piena di schermi che mostrano schemi meteorologici diversi, utili per monitorare la regione ma anche zone più ampie.





Nella stessa giornata ci è stato spiegato come funzionano in sintesi le equazioni di Lorenz, come vengano applicate alla meteorologia e quale sarebbe stato il nostro lavoro. L'esperienza è stata molto interessante e formativa allo stesso tempo, così alla fine del nostro "tour" al consorzio, carichi di informazioni, siamo tornati a casa per iniziare entusiasti il nostro lavoro.

Durante queste settimane di studio e sintesi delle informazioni siamo riusciti a realizzare un foglio di calcolo, con l'aiuto della professoressa e dei collaboratori al LaMMA, che riuscisse a elaborare un grafico a farfalla, tipico delle equazioni di Lorenz; mantenendo costanti i parametri e due su tre delle incognite, ed applicando una leggera variazione alla terza, la tabella mostra come il grafico nel lungo periodo cambi notevolmente. L'andamento caotico del sistema è reso evidente. Sebbene in maniera molto semplificata, il nostro modello avrebbe dovuto rispecchiare i diversi scenari possibili dall'analisi di una condizione reale. Si giustificerebbe così la certezza inevitabile degli errori nella previsione a diversi giorni di distanza dalle condizioni meteorologiche inizialmente registrate, aggravato poi da ulteriori errori dovuti alla sensibilità degli strumenti.

Fatto ciò abbiamo chiesto al LaMMA se nei loro archivi ci fosse una situazione reale che confermasse il nostro modello, e ci è stato quindi fornito il grafico riportato nella *fig. 1*, che mostra alla perfezione la teoria spiegata e che abbiamo rielaborato ricavando i risultati aspettati.

Infine, a completezza del lavoro, abbiamo assistito ad una lezione sulla teoria del Caos fatta da un professore della nostra scuola, Piercesare Bernabò, che ci ha in parte chiarito le idee sulla formazione del famoso grafico a farfalla e sulla celeberrima frase pronunciata dallo stesso Lorenz durante la sua conferenza di presentazione della teoria, "*Può il batter d'ali di una farfalla in Brasile provocare un tornado in Texas?*" dove la risposta evidentemente è affermativa.

BASI TEORICHE: L'ATTRATTORE DI LORENZ

L'esperienza effettuata si basa principalmente sul modello definito dalla teoria del caos, che prese piede a partire dall'attrattore di Lorenz, modello proposto nel 1963.

Cosa intendiamo quando parliamo di attrattore?

Si tratta dell'insieme dei punti verso cui, per tempi lunghi, evolve un sistema dinamico, per il quale esiste una relazione tra i suoi vari stati nel tempo. L'evoluzione temporale di un sistema dinamico può essere rappresentata come una traiettoria nello spazio, in cui i punti rappresentano tutti e soli gli stati del sistema.

Una delle proprietà dell'attrattore è quella di attrarre le traiettorie 'vicine' del sistema dinamico, in altre parole date diverse condizioni iniziali, tutte le traiettorie che si trovano inizialmente vicine all'attrattore finiranno verso esso. L'insieme dei punti per i quali si verifica questa attrazione è definito bacino di attrazione. L'attrattore può essere un singolo punto, una curva o una superficie o un insieme di punti con una dimensione frattale. Nell'ultimo caso si parla di attrattore strano che più in generale include quegli attrattori le cui caratteristiche dipendono sensibilmente dalle condizioni iniziali, definiti anche attrattori caotici.

fig.1



L'attrattore di Lorenz è un attrattore strano che vive nello spazio 3D e mette in relazione tre parametri derivanti dalla dinamica dei fluidi. È una delle immagini più iconiche della teoria del caos e illustra il fenomeno ora noto come effetto farfalla o (più tecnicamente) dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali.

Proviamo a capire cos'è veramente l'attrattore di Lorenz. Prende il nome dal meteorologo Edward Lorenz, che stava cercando di capire perché le previsioni del tempo sono intrinsecamente così difficili da prevedere molto lontano nel futuro. Per arrivare al nocciolo della questione, ha fatto quello che fanno molti scienziati: ha drasticamente semplificato. In molti casi, l'atmosfera si comporta come un fluido, quindi ha studiato il fluido più semplice con dinamiche interessanti a cui potesse pensare: una pentola di acqua che si riscalda lentamente. Man mano che l'acqua viene riscaldata lentamente, iniziano i moti convettivi. La situazione potrebbe essere assimilata al seguente modello.

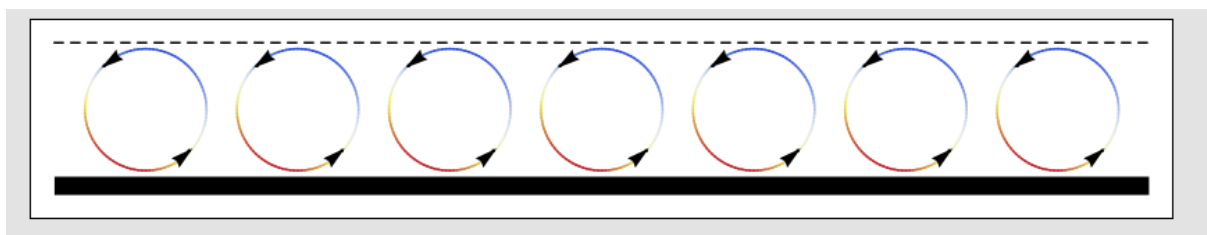


fig.2

Secondo Lorenz, sono tre le grandezze che caratterizzano lo stato del fluido:

X : dipende dalla velocità del moto convettivo, ovvero la velocità di rotazione dei rulli;

Y: dipende dalla differenza di temperatura tra le correnti ascendenti e discendenti;

Z: dipende dalla distorsione (dalla linearità) del profilo di temperatura verticale.

L'effetto della distorsione può essere apprezzato attraverso l'analisi riportata nei seguenti modelli:

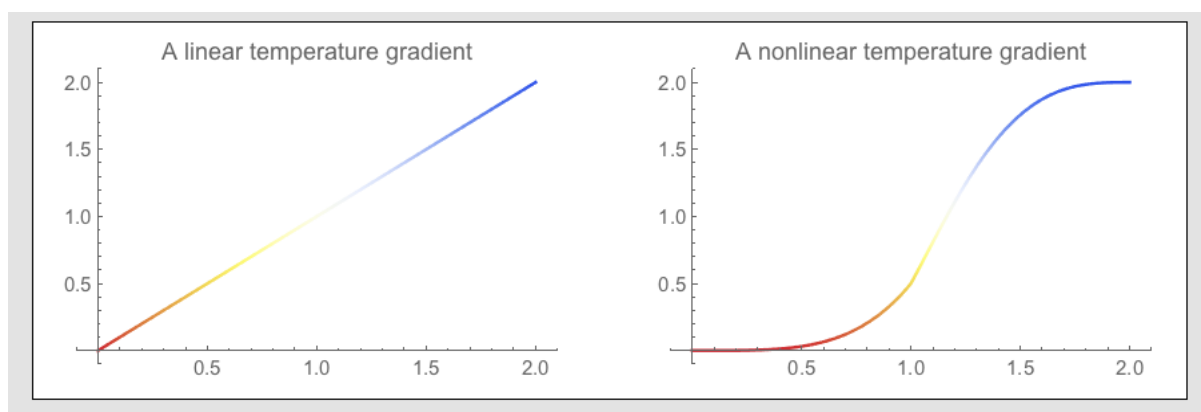


fig.3

Quando $Z=0$ non si hanno distorsioni dalla linearità del gradiente di temperatura; l'immagine della convezione appare come quella precedentemente riportata (fig.8).

Lorenz ha dimostrato che le quantità X, Y e Z sono correlate tramite un sistema di equazioni differenziali:

$$x' = \sigma(y - x)$$

$$y' = x(\rho - z) - y$$

$$z' = xy - \omega z$$

dove σ , ρ e ω sono parametri; dipendono dalle condizioni del fluido, l'apporto di calore, la dimensione della pentola, ecc., ma sono assunti costanti durante un esperimento.

In particolare $\sigma=10$; $\rho=28$; $\omega=8/3$

Quello di Lorenz fu il primo esempio di un sistema di equazioni differenziali tale da generare un comportamento caotico.

LE EQUAZIONI RESE ANCORA PIU' SEMPLICI

Abbiamo utilizzato il sistema di Lorenz per studiare il nostro modello. Ma poiché non riusciamo a determinare una soluzione al sistema delle equazioni di Lorenz, abbiamo applicato un'ulteriore semplificazione ovvero una risoluzione numerica, e nel caso particolare secondo il metodo di Eulero, con un foglio di calcolo riportato in allegato.

In pratica abbiamo riscritto le equazioni che descrivono le derivate di x, y e z nella forma di rapporto incrementale nel caso in cui l'incremento di tempo sia molto piccolo, in modo da poter approssimare il limite per $\Delta t \rightarrow 0$, del rapporto incrementale delle funzioni che rappresenterebbe la derivata. Abbiamo studiato l'andamento delle tre funzioni all'incremento di Δt e applicando piccolissime variazioni ad una delle condizioni iniziali.

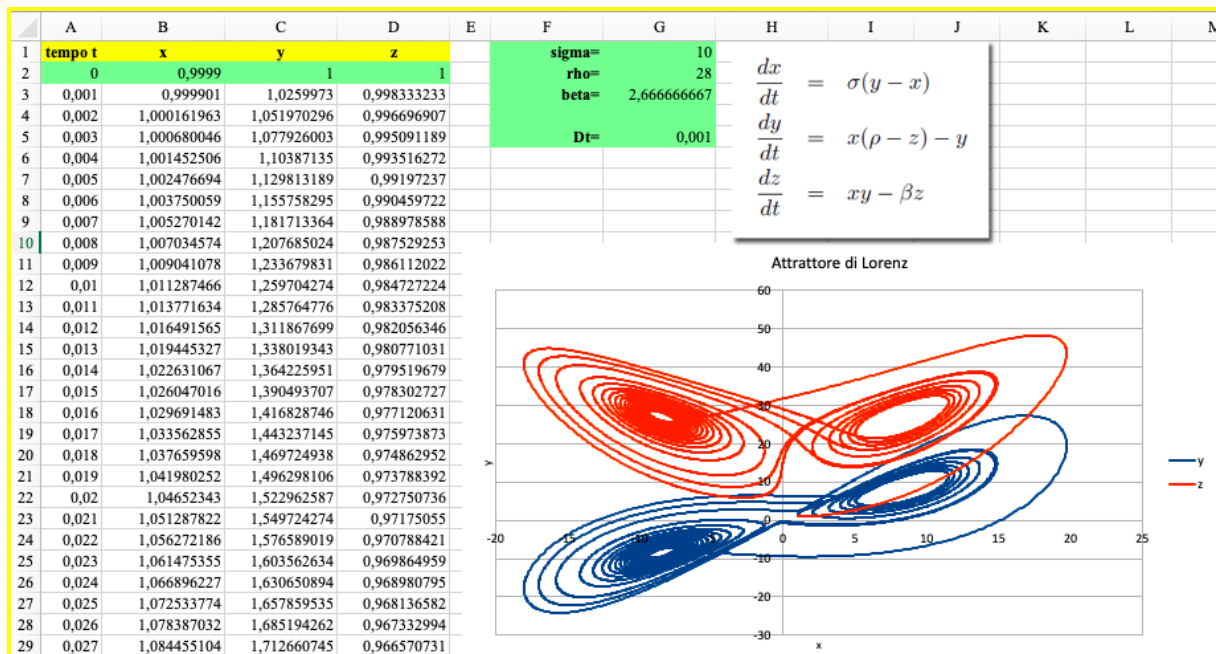


fig. 4

Per definizione $x'(t) = \frac{x(t_0 + \Delta t) - x(t_0)}{\Delta t}$, dunque $\sigma(y - x) = \frac{x(t_0 + \Delta t) - x(t_0)}{\Delta t}$

Ricavando l'incognita in funzione dell'incremento del tempo otteniamo la seguente relazione:

$$x(t_0 + \Delta t) = \sigma \Delta t y(t_0) - x(t_0)(\sigma \Delta t - 1)$$

B3 $f_x = B2 + \$G\$1 * (C2 - B2) * \$G\5

Analogamente, ricaviamo che:

$$y(t_0 + \Delta t) = \Delta t x(t_0) - \Delta t x(t_0) z(t_0) + y(t_0)(1 - \Delta t)$$

C3 $f_x = C2 + (B2 * (\$G\$2 - D2) - C2) * \$G\5

$$z(t_0 + \Delta t) = \Delta t x(t_0) y(t_0) - z(t_0)(1 - \beta \Delta t)$$

D3 $f_x = D2 + (B2 * C2 - \$G\$3 * D2) * \$G\5

(in allegato il file di foglio di calcolo)

ESEMPIO PRATICO STUDIATO

Per descrivere l'andamento delle previsioni del tempo si utilizzano i cosiddetti grafici a spaghetti, i quali non sono altro che l'insieme di numerose possibili evoluzioni del parametro considerato. Questi spaghetti sono generati dalla tecnica Ensemble.

La tecnica Ensemble consiste nell'effettuare più corse dei dati di partenza, modificando di poco e opportunamente le condizioni iniziali inserite nei modelli stessi, per verificare variazioni e affidabilità nell'evoluzione prevista.

Per fornire un esempio pratico della situazione teorica esposta qui sopra, abbiamo preso in considerazione il seguente grafico (*fig.5*) che descrive le previsioni della temperatura, all'altezza di 1500 metri s.l.m e alla pressione di 500 hPa, tra l'1 e il 16 febbraio 2023 nel territorio di Firenze:

- sull'asse delle ascisse è indicato il tempo (misurato in giorni)
- sull'asse delle ordinate la temperatura (tra i +10 °C e i -20°C)

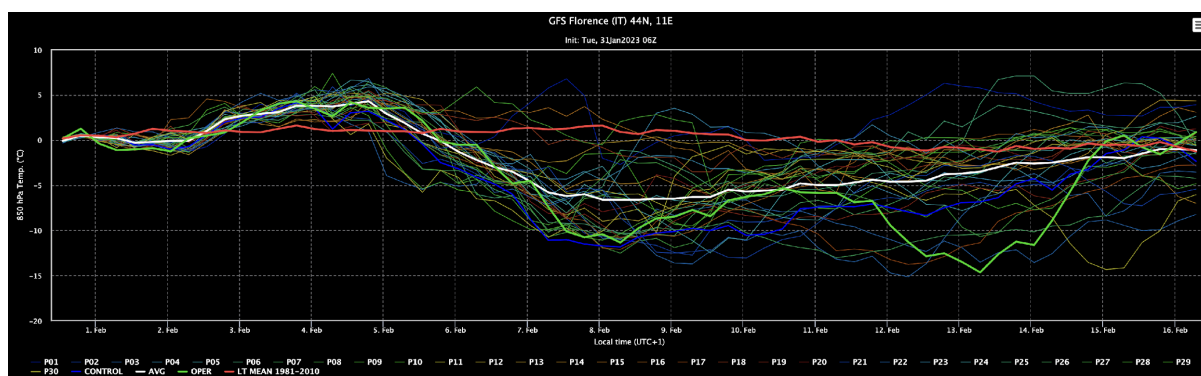


fig.5

Come si può osservare dal grafico, la variazione delle condizioni iniziali è piccolissima, quasi impercettibile, tanto che nella parte iniziale del grafico le linee che descrivono la temperatura, chiamate spaghetti, sembrano coincidere. Nonostante questa somiglianza dei dati sui quali si basa la proiezione, si nota la formazione di numerose previsioni, anche molto differenti fra loro.

Nel grafico si possono individuare in particolare tre linee:

- la linea rossa descrive l'andamento medio della temperatura negli anni precedenti nel periodo e nel luogo considerati, è interessante notare come la maggior parte delle previsioni sta al di sotto di questa linea, ad indicare una temperatura inferiore alla media stagionale
- la linea bianca rappresenta la media delle varie previsioni del periodo considerato nel 2023, dunque una situazione media a tutte le previsioni ottenute, e perciò a tutti gli spaghetti.

- la linea verde rappresenta la previsione “estrema” delle temperature per il lasso di tempo considerato, infatti è quella che raggiunge le temperature più basse. Ora mettiamo a confronto le carte meteorologiche europee indicanti la temperatura e la pressione, che risultano dallo spaghetti rosso (andamento medio stagionale)(fig.6-7) e dallo spaghetti blu (una delle tante possibili previsioni)(fig.8-9).

Spaghetti rosso

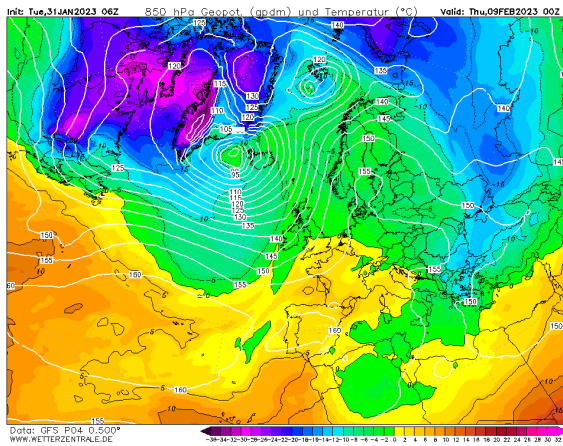


fig.6

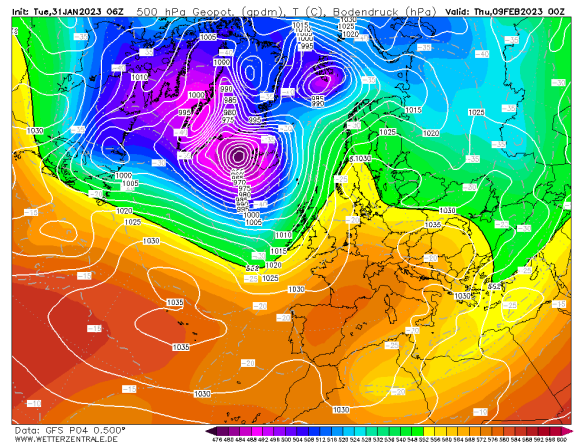


fig.7

Nell'immagine a sinistra abbiamo la cartina con le linee isoterme, dunque che collegano i punti in cui la temperatura è la stessa, precisamente all'altezza di 1500m dal l.d.m., e nell'immagine a destra abbiamo la cartina delle isobare, linee che collegano i punti aventi la stessa pressione sul livello del mare. Come già detto sono la rappresentazioni delle medie stagionali, infatti la temperatura si aggira intorno agli 0°C/2°C come si può notare anche dal grafico a spaghetti.

Spaghetti blu

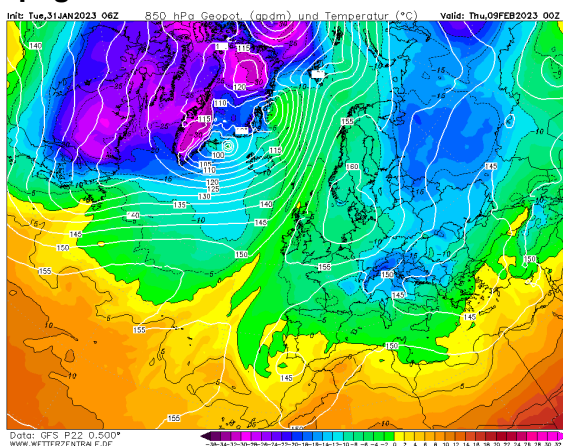


fig.8

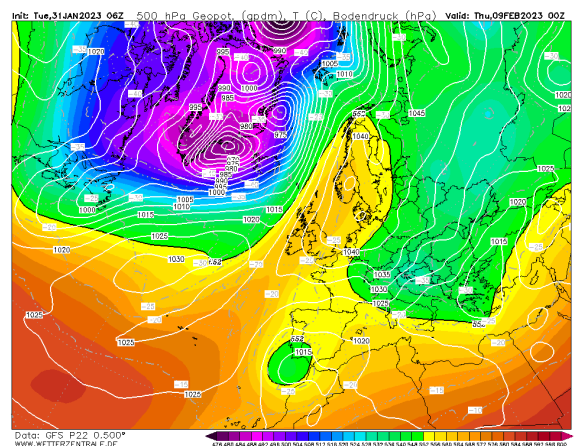
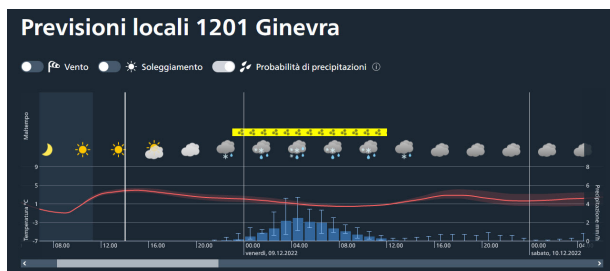


fig.9

Nell'immagine a sinistra abbiamo la cartina con le linee isoterme, nell'immagine a destra abbiamo la cartina delle isobare. Possiamo notare nella zona balcanica, in particolare nel centro-nord dell'Italia (luogo a cui fa riferimento la fig.5) un colore azzurro che indica la temperatura di circa -10°C/-12°C. Infatti tornando al grafico a spaghetti, la linea blu

raggiunge le temperature osservabili nella mappa alla pressione di 500hPa, ed è molto al di sotto della media stagionale.

Tornando al grafico della *fig.5* delle tendenze, per concludere, si può affermare che le previsioni possono essere attendibili nel lasso di tempo piuttosto breve di cinque giorni: come si può notare, tra il 4 e il 5 febbraio si verifica una notevole separazione degli spaghetti, creando dunque previsioni che differiscono di una temperatura di anche venti gradi. In pratica, più i membri tendono a disperdersi più la previsione è incerta: all'aumentare della distanza nel tempo della previsione, diminuisce la probabilità dell'esattezza di questa.



Da questa immagine, che potrebbe essere estratta da un qualunque smartphone, l'errore delle previsioni è rappresentato dalla dissolvenza della linea rossa, infatti all'aumentare del tempo, l'errore aumenta.

fig. 10

CONCLUSIONI:

Questo lavoro ci ha permesso di conoscere degli ambiti a noi ancora sconosciuti della fisica e della matematica, quali il concetto di attrattore, andamento caotico e sistemi differenziali, e di mettere mano sulle complessità che le contraddistinguono.

Dalle spiegazioni dei referenti del consorzio LaMMA ci siamo resi conto di quanto sia intricato il processo che permette la descrizione dei fenomeni meteorologici e la previsione del tempo, considerando la quantità di dati e le variabili in gioco.

Tenendo conto di ciò, è stato per noi più facile la realizzazione di un modello che semplificasse notevolmente le condizioni iniziali pur mantenendo l'elemento caotico.

L'esperienza da noi effettuata ci ha quindi resi consapevoli di come vengono effettuate le previsioni, del perché queste siano così variabili nel tempo e del grandissimo lavoro che c'è dietro, permettendoci di avere un nuovo punto di vista sull'argomento.

Bibliografia:

- M. Leo, "L'attrattore di Lorenz"
http://ithaca.unisalento.it/nr-15_2020/articolo_llp_12.pdf
- <https://www.treccani.it>
- "Come si interpretano gli spaghetti?"
<https://www.cemer.it/come-si-interpretano-gli-spaghetti/#:~:text=Quando%20facciamo%20riferimento%20agli%20spaghetti,partire%20da%20condizioni%20iniziali%20res>
[e](https://www.cemer.it/come-si-interpretano-gli-spaghetti/#:~:text=Quando%20facciamo%20riferimento%20agli%20spaghetti,partire%20da%20condizioni%20iniziali%20res)
- "Probabilità delle previsioni"
<https://www.meteosvizzera.admin.ch/tempo/tempo-e-clima-dalla-a-alla-z/probabilita-delle-previsioni.html>