

VEDERE L'INVISIBILE

Lo sguardo dello scienziato dentro le cose.

Firenze, 18-19 aprile 2024

Menzione d'onore
SEZIONE TESINE TRIENNIO

Quanti Led!

Studenti

Masin Letizia - Grigoletto Mattia - Bodoasca Samuele Bethuel - Pignotti Pietro

Classi 4C – 4D

Istituto di Istruzione Superiore

Liceo Scientifico Galileo Galilei - Selvazzano Dentro (PD)

Docente Coordinatore

Zonta Marina

L'attività ha riguardato la determinazione del valore della costante di Planck. Si sono realizzate misure che hanno consentito di ricavare sperimentalmente tale valore sfruttando la proporzionalità diretta fra il potenziale di soglia dei diodi LED e la frequenza della radiazione emessa. L'attività di laboratorio è ben documentata e dimostra una buona conoscenza delle tecniche sperimentali; l'analisi dei dati è stata svolta valutando correttamente le incertezze di misura.

QUANTI LED!

RELAZIONE DOCENTE

Il nostro gruppo di lavoro è formato da tre studenti di quarta liceo scientifico tradizionale e uno di quarta liceo scientifico opzione scienze applicate. Dopo una prima fase di discussione libera sul tema del convegno, sono nate le prime idee e i primi interrogativi su ciò che poteva rendere visibile il mondo che ci circonda: la luce. In particolare l'interesse degli studenti si è rivolto ad indagare la natura stessa della luce. Dopo l'analisi di alcune loro proposte molto interessanti ma di difficile realizzazione nel nostro laboratorio, ho suggerito ai ragazzi di lavorare con i LED per indagare il dualismo onda-corpuscolo attraverso la realizzazione di due esperimenti paralleli ma correlati tra loro: l'analisi della figura di diffrazione per la natura ondulatoria e l'effetto fotoelettrico per quella corpuscolare. L'obiettivo finale era quindi "vedere" la costante di Planck in azione dandone una stima sperimentale.

Non avendo conoscenza pregressa della fisica dei circuiti elettrici e dell'ottica fisica, gli studenti hanno avvertito la necessità di essere introdotti ai concetti fondamentali, principalmente alla costruzione di un circuito semplice e al funzionamento degli strumenti di misura. Motivati dall'interesse, hanno dimostrato notevole prontezza nell'apprendimento e autonomia nella costruzione dell'apparato sperimentale. Nonostante diversi imprevisti, come ad esempio il mal funzionamento di alcune parti elettriche del circuito o la difficoltà di creare un ambiente abbastanza buio per poter osservare bene la figura di diffrazione dei LED che ci ha costretto ad utilizzare lo sgabuzzino della scuola, hanno dimostrato creatività e capacità di adattamento nella ricerca di soluzioni alternative. Nel corso della trattazione dell'esperimento si è cercato di non dare nulla per scontato, ma di verificare, dove possibile, l'effettivo funzionamento degli strumenti e l'affidabilità dei metodi di misura e di analisi utilizzati.

Il mio coinvolgimento ha riguardato la supervisione e il coordinamento delle attività, l'apprendimento delle nozioni di base non ancora raggiunte e alcune formule per la propagazione dell'errore. La fase di discussione sull'analisi dei dati e sul calcolo dell'errore è stata molto interessante e ha visto il prezioso contributo di un collega del liceo, attualmente in aspettativa per fare delle ricerche di storia della fisica. Per i ragazzi è stato stimolante interagire con un docente esterno che ha proposto interessanti domande e spunti per futuri approfondimenti.

Fin dall'inizio, i ragazzi si sono dimostrati coinvolti e partecipi al progetto. Questo entusiasmo iniziale ha trasformato il processo di apprendimento in un'esperienza coinvolgente e appassionante, spingendoli a esplorare attivamente i concetti e a contribuire attivamente alla realizzazione degli esperimenti. Anche dal mio punto di vista personale vedere la crescita negli studenti delle competenze, i progressi nella gestione delle attività e nel consolidamento dell'applicazione del metodo scientifico è stata un'esperienza importante che mi ha sicuramente arricchito professionalmente.

QUANTI LED!

INDICE

1. Introduzione e cenni storici.....	1
2. Fasi di lavoro	2
3. Analisi dati	7
4. Risultati.....	18
5. Conclusioni	20
6. Bibliografia e sitografia.....	21

ABSTRACT

In questa relazione si vuole mostrare un percorso laboratoriale atto ad indagare la doppia natura della luce, quella ondulatoria e quella corpuscolare, determinando in particolare il valore della costante di Planck attraverso osservazioni sperimentali della luce emessa da diodi LED. L'esperienza si compone di tre fasi: nella prima, utilizzando un reticolo di diffrazione e diodi LED di diversi colori, si determina la lunghezza d'onda degli stessi e di conseguenza la frequenza della loro emissione radiativa; nella seconda, utilizzando un semplice circuito elettrico, si determina, analizzando la caratteristica tensione-corrente del diodo, il potenziale di soglia dei diodi LED; infine nella terza, dall'analisi dei dati ottenuti per i vari diodi nelle prime due fasi, si cercherà di verificare la proporzionalità diretta tra potenziale di soglia e frequenza della radiazione emessa dal diodo, ottenendo così una stima della costante di Planck.

1. Introduzione e cenni storici

Il tema del convegno ci ha portato, fin da subito, a parlare di "luce": di cosa fosse, di come si comportasse, della sua propagazione e di come ci permettesse effettivamente di osservare tutto quello che ci circonda. Il nostro interesse si è concentrato sulla sua doppia natura e quindi ci siamo chiesti se fosse possibile, e in caso affermativo in quale modo, indagare qualcosa che non vediamo. Abbiamo anzitutto pensato all'esperimento di Young che permette di mettere in evidenza l'aspetto ondulatorio della luce quando questa passa attraverso una doppia fenditura di dimensioni molto piccole. Per l'aspetto corpuscolare abbiamo invece pensato all'effetto fotoelettrico. Ma come avremmo potuto in laboratorio, con il materiale a disposizione, ricreare un esperimento così importante e per noi così inaccessibile? Tramite una ricerca in internet e qualche spunto dato dall'insegnante abbiamo scoperto che, anche con materiale povero e con i mezzi a nostra disposizione, potevamo ricreare qualcosa che potesse evidenziare anche questo aspetto della luce: alimentando diodi LED polarizzati direttamente è infatti possibile determinare, dall'analisi della caratteristica tensione-corrente, ovvero della corrente in funzione della differenza di potenziale ai capi del diodo, il potenziale di soglia (potenziale che determina l'accensione del LED), che è a sua volta direttamente

proporzionale alla frequenza della sua emissione radiativa. In particolare, è possibile anche determinare la costante di proporzionalità diretta che è proprio legata alla costante di Planck

Newton riteneva che la luce fosse un fenomeno che coinvolgesse sia un aspetto corpuscolare che ondulatorio. Raccogliendo la sua eredità, i suoi sostenitori promulgarono una visione completamente corpuscolare della luce. Nell'Ottocento iniziò a farsi strada la possibilità che la luce fosse un fenomeno ondulatorio. Così nacque l'esperimento di Young nel 1801, il quale ne provava inequivocabilmente la natura ondulatoria. La sintesi elettromagnetica data dalle equazioni d'onda di Maxwell parve chiudere il discorso. Agli inizi del Novecento, tuttavia, comparvero le prime contraddizioni. Infatti, per spiegare l'effetto fotoelettrico, Einstein introdusse il concetto di *quanto* di energia, considerando la luce come un fenomeno discontinuo. Il culmine venne raggiunto nel 1909 quando mostrò che per descrivere le fluttuazioni di tale energia era necessario ammettere la compresenza di due termini: uno derivante dalla descrizione corpuscolare e uno dalla natura ondulatoria. Nel 1911, al primo convegno Solvay tenutosi a Bruxelles, venne messo in luce come l'introduzione del quanto di luce fosse un ritorno all'antica concezione di Newton. Dunque, la luce presentava un certo dualismo, presentandosi come onda o come corpuscolo in diversi esperimenti. La difficoltà venne risolta da De Broglie, il quale generalizzò questo dualismo a tutte le particelle. Nella sua tesi di dottorato, di cui si celebrano i cento anni nel 2024, azzardò l'ipotesi che fosse possibile osservare l'interferenza di elettroni. Questa ipotesi venne confermata qualche anno più tardi grazie all'esperimento di Davisson e Germer facendo diffondere un fascio di elettroni su un cristallo di nichel.

La relazione che definisce i quanti di luce coinvolge la costante di Planck. Essa è alla base del dualismo onda-particella e descrivendo la quantizzazione dell'energia, della quantità di moto e del momento angolare. È altresì definita come quanto d'azione minimo.

Il nostro proposito era quindi “vedere” i pacchetti di energia, provando a determinare il valore della costante di Planck o, quantomeno ad ottenere un valore compatibile con quello atteso. Per farlo abbiamo verificato la legge di Planck, la quale afferma che il valore di energia E di un quanto di una radiazione è proporzionale alla frequenza ν della radiazione tramite la costante di Planck h :

$$E = h\nu$$

2. Fasi di lavoro

Deciso cosa volevamo fare rimaneva il problema del come realizzarlo: ossia come effettuare le misurazioni e con quale apparato sperimentale.

Prima di pensare all'apparato sperimentale che ci serviva abbiamo deciso di stabilire i passi da svolgere per arrivare ai nostri propositi, che abbiamo raccolto in tre step distinti:

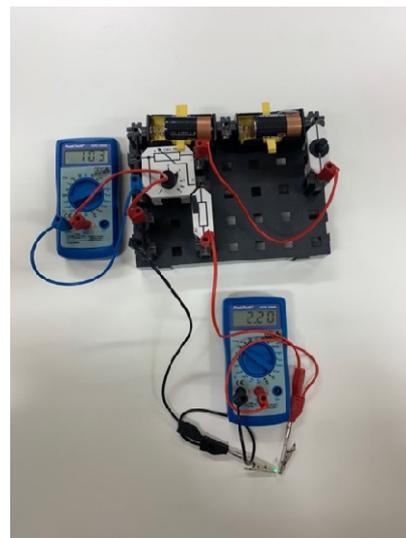
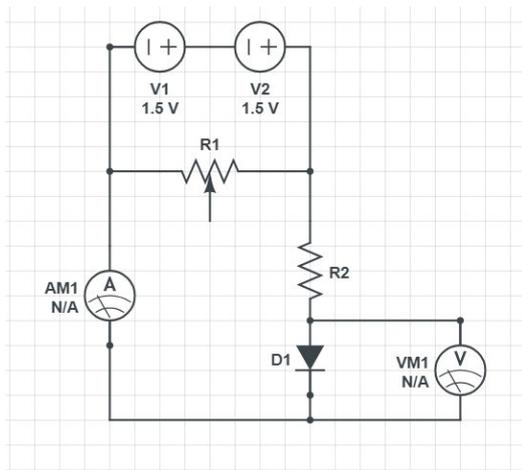
- Determinare la lunghezza d'onda di ogni diodo LED
- Determinarne il voltaggio di soglia

- Analizzare i dati raccolti

Stabiliti i passi da svolgere siamo quindi passati alla determinazione di un apparato sperimentale:

1. Osservazione dell'emissione luminosa dei diodi LED

Abbiamo innanzitutto voluto *vedere* l'accensione dei diodi LED. Dunque, abbiamo pensato ad un semplice circuito costituito da: alimentazione, un interruttore una resistenza e un diodo LED. Successivamente ci siamo resi conto che, per misurare il potenziale di soglia, avevamo bisogno di far variare la tensione ai capi del diodo LED, ovvero ci serviva un reostato. Per misurare questa abbiamo utilizzato un voltmetro (posto in parallelo al diodo LED), mentre per misurare la corrente attraverso il diodo LED, un amperometro (posto in serie). Dopo una lunga serie di tentativi (che ci hanno anche permesso di comprendere meglio la parte teorica relativa a questo punto che, fino a prima, avevamo studiato solo nei libri) siamo arrivati al seguente circuito:

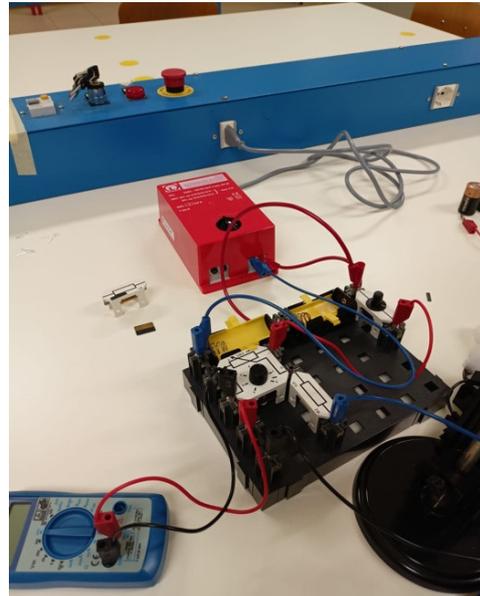
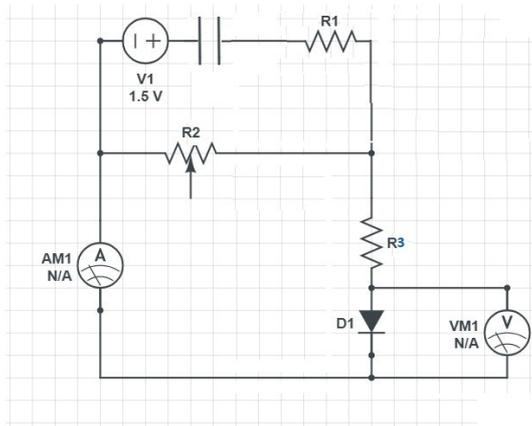


Seguono le caratteristiche della componentistica:

- 2 pile in serie, ognuna da 1,5 [V]
- Reostato
- Resistenza fissa $R = 100$ [Ω]
- Voltmetro
- Amperometro
- Interruttore 2 posizioni fisse
- Cavi di collegamento

Questo circuito è stato utilizzato per tutti i diodi LED ad eccezione del diodo LED UV, per il quale è stato utilizzato un alimentatore da 6 [V], dotato di stabilizzatore, invece che i consueti 3 [V]. Questa scelta è stata dovuta al fatto che abbiamo osservato che con un'alimentazione minore il diodo LED UV aveva

una bassa luminosità, dunque, abbiamo pensato di aggirare il problema aumentando la differenza di potenziale. Seguono le foto del particolare apparato usato per il diodo LED UV:



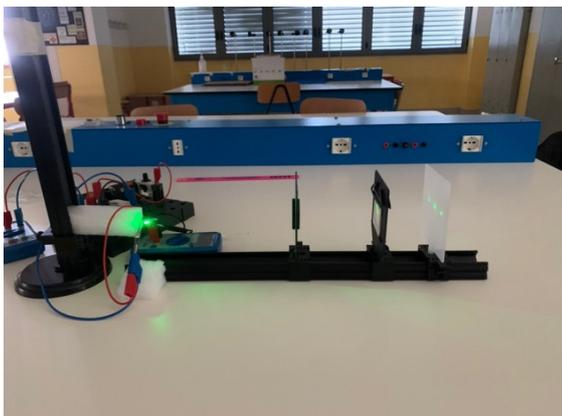
2. Osservazione della natura ondulatoria della luce (reticolo di diffrazione)

Una volta ottenuto un circuito che rispettasse le nostre esigenze siamo passati alla misura delle lunghezze d'onda. Per farlo abbiamo dapprima dovuto studiare l'esperimento di Young per poi adattarlo ai nostri scopi. Abbiamo utilizzato il banco ottico del laboratorio (munito di reticolo di diffrazione e schermo per visualizzare la figura d'interferenza), di un supporto per il LED collegato al circuito elettrico. Anche in questo caso abbiamo effettuato diverse prove che ci hanno portato alla seguente configurazione finale:



A: Lente convergente B: Reticolo di diffrazione C: schermo

Ottenere una figura d'interferenza è stata una delle fasi più complesse dell'intero lavoro; infatti, inizialmente non eravamo capaci di ottenerne una. Solo dopo molti tentativi siamo riusciti a ottenerne una sufficientemente nitida per effettuare delle misurazioni. In particolare, i diversi tentativi cercavano di aggirare le difficoltà legate al fatto che la luce del diodo LED, al contrario del laser, non è collimata. Per risolvere il problema abbiamo provato con tubi fatti di carta specchio (per far riflettere la luce), oppure limitare la luce proveniente dall'esterno cercando di creare una scatola che contenesse il banco, abbiamo usato diverse lenti convesse convergenti, la prima +300 [mm] e la seconda +100 [mm], e variato le distanze tra reticolo, diodo LED e schermo. Inoltre, non essendo dotati di un supporto per diodi LED ne abbiamo arrangiato uno, che consisteva in una colonna di alluminio, su cui era innestato un pezzo di polistirolo che fungeva da supporto per i diodi LED. Segue una foto del sistema finale in funzione:



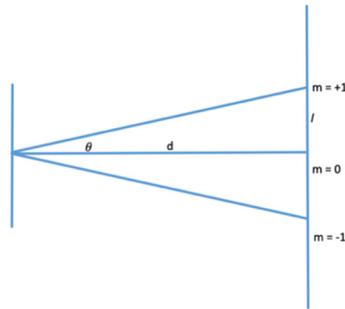
Dunque, la configurazione finale del nostro banco ottico è la seguente:

- Supporto diodo LED
- Diodo LED
- Lente convessa convergente (100 [mm])
- Reticolo di diffrazione (1/600)
- Schermo

Il reticolo di diffrazione usato ha 600 fenditure per millimetro. Il rapporto $\frac{0,001}{600}$ si rivelerà molto importante nella determinazione della lunghezza d'onda: per semplicità lo indicheremo con la lettera greca ϵ .



Una volta visualizzata la figura di diffrazione, mettendo in evidenza nel modo più nitido possibile la frangia corrispondente al massimo centrale e quelle corrispondenti ai i primi due massimi secondari, abbiamo misurato con un flessometro la distanza tra reticolo di diffrazione e schermo in cui si vedeva la figura di diffrazione. Abbiamo poi determinato la distanza tra il massimo principale e il primo secondario (riferendosi alla figura sulla destra, la distanza d'interesse è quella tra il punto verde centrale e i laterali). Di seguito un utile schema che permetterà una migliore comprensione dell'analisi dati:



3. Osservazione della curva caratteristica del diodo e determinazione del potenziale di soglia

In questa fase abbiamo alimentato il circuito e fatto variare la differenza di potenziale ai capi del diodo LED e misurato le relative intensità di corrente. Inizialmente abbiamo riscontrato diverse difficoltà nella presa dei dati, legate al fatto che il reostato era malfunzionante. Dopo averlo riparato siamo passati alla presa dei dati relativi a ogni diodo LED; dapprima con i sensori in dotazione al laboratorio di fisica della Vernier; tuttavia, dopo una prima analisi abbiamo scartato questa soluzione, poiché i grafici presentavano troppe oscillazioni (probabilmente a causa di un'eccessiva campionatura). Dunque, abbiamo deciso di utilizzare i nostri multimetri digitali. Ciò ci ha permesso di ottenere dati che non presentavano importanti oscillazioni.

4. Osservazione della compatibilità dei potenziali di soglia ottenuti con quelli di riferimento

Una volta prelevati i dati, gli abbiamo inseriti in un grafico I(V) che, come ci attendevamo, presentava la curva caratteristica dei diodi LED. Inoltre, grazie a questi grafici siamo riusciti a determinare quantitativamente i voltaggi di soglia dei vari diodi LED che, hanno confermato i valori ottenuti dalle osservazioni sperimentali. Per i dettagli si veda l'analisi dati.

5. Osservazione della relazione di proporzionalità diretta tra l'energia dei fotoni e la loro frequenza prevista dalla legge Planck

Abbiamo moltiplicato la frequenza dei singoli diodi LED per il reciproco della carica dell'elettrone e costruito un grafico con questi valori sull'asse x, e i potenziali di soglia sull'asse y. Il grafico che ci

aspettiamo di ottenere è una retta passante per l'origine il cui coefficiente angolare sarà la costante di Planck.

3. Analisi dati

Per l'analisi dei dati abbiamo utilizzato un software messo a disposizione dalla nostra scuola: LoggerPro. Abbiamo cominciato con il calcolo della lunghezza d'onda di ogni diodo LED. Per farlo siamo partiti dall'equazione che descrive la distribuzione dei massimi per un reticolo di diffrazione:

$$\frac{\lambda}{\varepsilon} m = \sin \vartheta$$

Abbiamo indicato con λ la lunghezza d'onda, ε il numero di incisioni nel reticolo per millimetro, m l'ordine del massimo e $\sin \vartheta$ l'angolo formato tra la perpendicolare dello schermo e il segmento che unisce il massimo al reticolo. Nel nostro caso abbiamo considerato il primo massimo secondario, dunque: $m = 1$.

Dalla relazione $\sin \vartheta = \frac{l}{\sqrt{a^2 + l^2}}$ esplicitando la lunghezza d'onda otteniamo:

$$\lambda = \varepsilon \frac{l}{\sqrt{a^2 + l^2}}$$

I parametri delle relazioni si riferiscono alla figura sopra riportata. Dal momento che non abbiamo gli strumenti matematici (le derivate parziali in particolare) per calcolare l'errore sulla misura della lunghezza d'onda la docente referente ci ha fornito una relazione con la quale calcolarla, ossia:

$$f(x, y) = z = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\Delta z = \left| \frac{\partial z}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial z}{\partial y} \right| \Delta y$$

Con:

$$\left| \frac{\partial z}{\partial x} \right| = \left| -\frac{1}{2} y * \frac{1}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} * 2x \right| = \frac{xy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\left| \frac{\partial z}{\partial y} \right| = \left| \frac{\sqrt{x^2 + y^2} - y \frac{1}{2\sqrt{x^2 + y^2}} * 2y}{x^2 + y^2} \right| = \frac{x^2 + y^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2} (x^2 + y^2)} = \frac{x^2}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Dunque, deve essere:

$$\Delta z = \frac{xy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} \Delta x + \frac{x^2}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} \Delta y$$

Per i calcoli delle lunghezze d'onda abbiamo utilizzato i seguenti valori:

DIODO LED	d [cm]	l [cm]
Rosso	11,5 ± 0,1	5,0 ± 0,1
Verde	8,0 ± 0,1	2,8 ± 0,1
Blu	8,0 ± 0,1	2,4 ± 0,1
UV	7,8 ± 0,1	2,0 ± 0,1

Passando all'effetto fotoelettrico, dalla teoria sappiamo che:

$$E = h\nu$$

la quale afferma che l'energia di un fotone è proporzionale alla frequenza dello stesso (ν) e alla costante di Planck (h).

L'energia di un fotone però può essere espressa come prodotto della carica dell'elettrone per il voltaggio di soglia della sorgente luminosa; mentre, la frequenza, è pari al rapporto tra la velocità della luce (c) e la lunghezza d'onda (λ). Sostituendo nella relazione precedente otteniamo:

$$eV_s = \frac{hc}{\lambda}$$

Esplicitando il voltaggio di soglia (V_s) si ottiene una relazione di proporzionalità diretta tra lo stesso e il rapporto $\frac{c}{e\lambda}$:

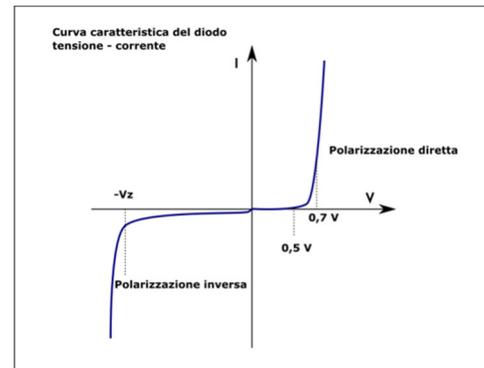
$$V_s = h * \frac{c}{e\lambda}$$

Con e carica elementare dell'elettrone.

Dunque, inserendo in un grafico $\frac{c}{e\lambda}$ (V) quest'equazione ci aspettiamo di trovare una retta la cui intercetta sia compatibile con lo zero e con coefficiente angolare pari alla costante di Planck. In questo punto è ben comprensibile il nesso dell'esperimento con il tema proposto. Infatti, riusciamo a vedere la costante di

Planck, anche se non esplicitamente, come coefficiente angolare di una retta. Quindi, avvalendoci degli strumenti matematici vediamo ciò che con gli occhi è impossibile (inoltre, ciò testimonia l'intrinseca struttura matematica dell'universo).

Dunque, come primo passo procediamo al calcolo del potenziale di soglia di ogni diodo LED. Per ottenerlo, abbiamo quindi deciso di considerare la curva caratteristica ottenuta sperimentalmente, riportata nei grafici sottostanti. Abbiamo considerato due set di dati da interpolare con due rette distinte e calcolare successivamente i due zeri delle funzioni, determinando il potenziale di soglia come punto medio tra questi. L'errore su questa misura, infine, è stato determinato grazie alla semidispersione.



Il metodo di determinazione del voltaggio di soglia è stato frutto di un confronto tra noi studenti e il docente referente, supportati da un secondo docente del nostro istituto che ci ha condotti alla scelta della strada migliore. Infine, abbiamo deciso di applicare questo metodo poiché ci sembrava il più adatto, semplice e per noi comprensibile. Infatti, considerando i risultati ottenuti possiamo affermare la bontà del metodo utilizzato. Infatti, i voltaggi di soglia che abbiamo ottenuto sono compatibili con i valori di riferimento trovati dalle fonti.

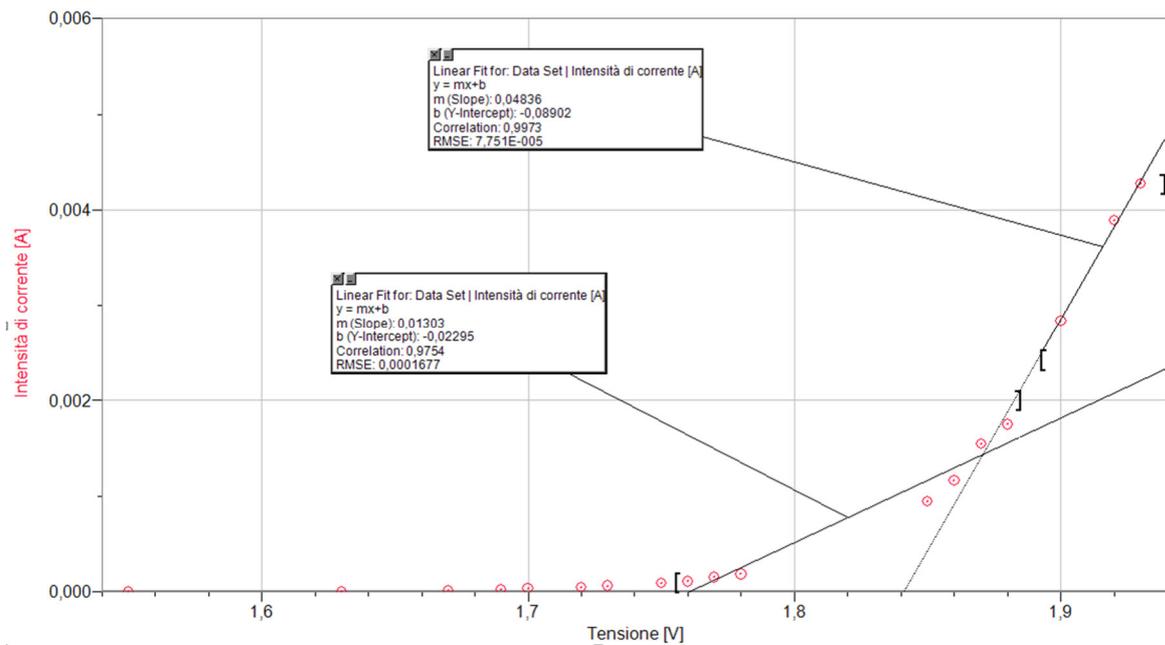
Nei calcoli sottostanti indicheremo come y_{dx} la retta con lo zero maggiore, mentre y_{sx} quella con lo zero minore. Inoltre, abbiamo deciso di usare un numero di cifre significative dettato dalla sensibilità degli strumenti di misura utilizzati. Di seguito il calcolo del voltaggio di soglia e della lunghezza d'onda di ogni diodo LED:

DIODO LED ROSSO:

Calcolo della lunghezza d'onda:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{0,001}{600} * \frac{5,00 * 10^{-2} [m]}{\sqrt{(5,00 * 10^{-2})^2 [m]^2 + (11,5 * 10^{-2})^2 [m]^2}} \\ &= 6,65 * 10^{-7} [m] \\ \lambda &= (665 \pm 10) * 10^{-9} [m] \end{aligned}$$

VOLT [V]	INTENSITÀ DI CORRENTE [μA]
1,55 \pm 0,01	1 \pm 1
1,63 \pm 0,01	5 \pm 1
1,67 \pm 0,01	12 \pm 1
1,69 \pm 0,01	21 \pm 1
1,70 \pm 0,01	30 \pm 1
1,72 \pm 0,01	44 \pm 1
1,73 \pm 0,01	61 \pm 1
1,75 \pm 0,01	85 \pm 1
1,76 \pm 0,01	106 \pm 1
1,77 \pm 0,01	149 \pm 1
1,78 \pm 0,01	183 \pm 1
1,85 \pm 0,01	939 \pm 1
1,86 \pm 0,01	1159 \pm 1
1,87 \pm 0,01	1549 \pm 1
1,88 \pm 0,01	1749 \pm 1
1,90 \pm 0,01	2840 \pm 1
1,92 \pm 0,01	3890 \pm 1
1,93 \pm 0,01	4270 \pm 1



Retta di destra:

$$\begin{cases} y_{dx} = 0 \\ y_{dx} = (4,836 * 10^{-2})x_{dx} - (8,902 * 10^{-2}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x_{dx} = \frac{8,902 * 10^{-2}}{4,836 * 10^{-2}} = 1,84 \end{cases}$$

Retta di sinistra:

$$\begin{cases} y_{sx} = 0 \\ y_{sx} = (1,303 * 10^{-2})x_{sx} - (2,290 * 10^{-2}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x_{sx} = \frac{2,295 * 10^{-2}}{1,303 * 10^{-2}} = 1,76 \end{cases}$$

Abbiamo deciso di calcolare il potenziale di soglia come media dei due zeri delle rette interpolanti:

$$V_S = \frac{x_{dx} + x_{sx}}{2} = \frac{1,84 + 1,76}{2} = 1,80 \text{ [V]}$$

A questa misurazione abbiamo associato l'errore (σ), determinato con la semidispersione:

$$\sigma = \frac{x_{dx} - x_{sx}}{2} = \frac{1,84 - 1,76}{2} = 0,04 \text{ [V]}$$

Dunque, il valore finale del voltaggio di soglia del diodo LED rosso è:

$$V_{S(\text{rosso})} = (1,80 \pm 0,04) \text{ [V]}$$

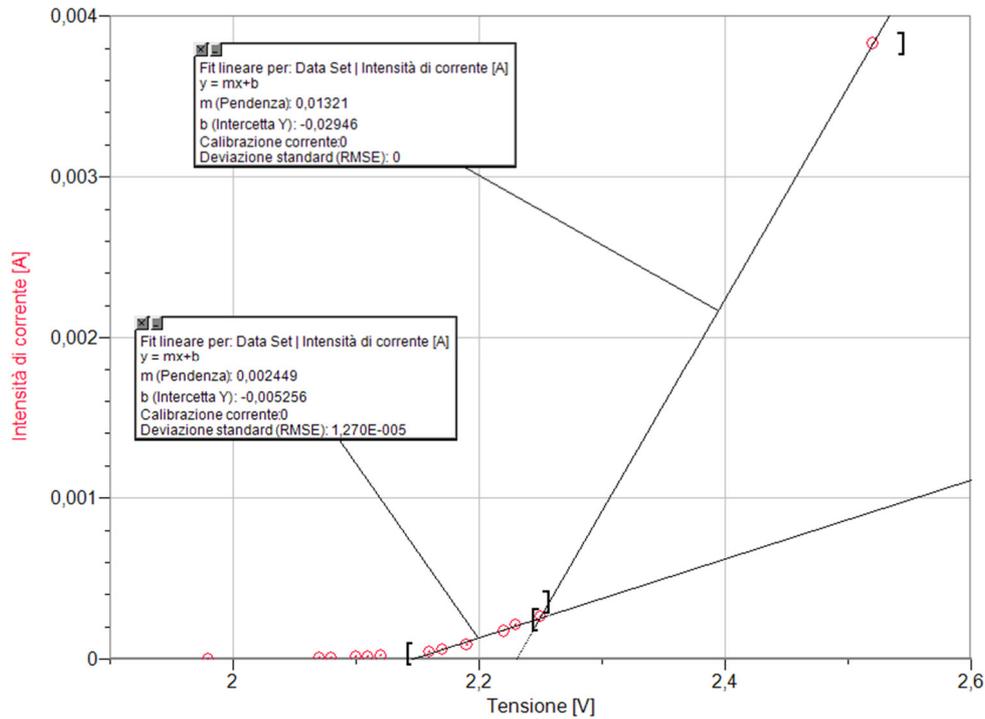
DIODO LED VERDE:

Calcolo della lunghezza d'onda:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{0,001}{600} * \frac{2,80 * 10^{-2} \text{ [m]}}{\sqrt{(2,80 * 10^{-2})^2 \text{ [m]}^2 + (8,00 * 10^{-2})^2 \text{ [m]}^2}} \\ &= 5,78 * 10^{-7} \text{ [m]} \\ \lambda &= (578 \pm 10) * 10^{-9} \text{ [m]} \end{aligned}$$

VOLT [V]	INTENSITÀ DI CORRENTE [μA]
1,98 \pm 0,01	1 \pm 1
2,07 \pm 0,01	6 \pm 1
2,08 \pm 0,01	8 \pm 1
2,10 \pm 0,01	13 \pm 1
2,11 \pm 0,01	15 \pm 1
2,12 \pm 0,01	19 \pm 1
2,16 \pm 0,01	47 \pm 1
2,17 \pm 0,01	61 \pm 1
2,19 \pm 0,01	90 \pm 1
2,22 \pm 0,01	173 \pm 1
2,23 \pm 0,01	211 \pm 1
2,25 \pm 0,01	263 \pm 1
2,52 \pm 0,01	3830 \pm 1





Retta di destra:

$$\begin{cases} y_{dx} = 0 \\ y_{dx} = (1,321 * 10^{-2})x_{dx} - (2,946 * 10^{-2}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_{dx} = 0 \\ x_{dx} = \frac{(2,946 * 10^{-2})}{(1,321 * 10^{-2})} = 2,23 \end{cases}$$

Retta di sinistra:

$$\begin{cases} y_{sx} = 0 \\ y_{sx} = (2,449 * 10^{-2})x - (5,25 * 10^{-2}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_{sx} = 0 \\ x_{sx} = \frac{(5,25 * 10^{-2})}{(2,449 * 10^{-2})} = 2,15 \end{cases}$$

Abbiamo deciso di calcolare il potenziale di soglia come media dei due zeri delle rette interpolanti:

$$V_S = \frac{x_{dx} + x_{sx}}{2} = \frac{2,23 + 2,15}{2} = 2,19 [V]$$

A questa misurazione abbiamo associato l'errore (σ), determinato con la semidispersione:

$$\sigma = \frac{x_{dx} - x_{sx}}{2} = \frac{2,23 - 2,15}{2} = 0,04 [V]$$

Dunque, il valore finale del voltaggio di soglia del diodo LED verde è:

$$V_{S(verde)} = (2,19 \pm 0,04) [V]$$

DIODO LED BLU:

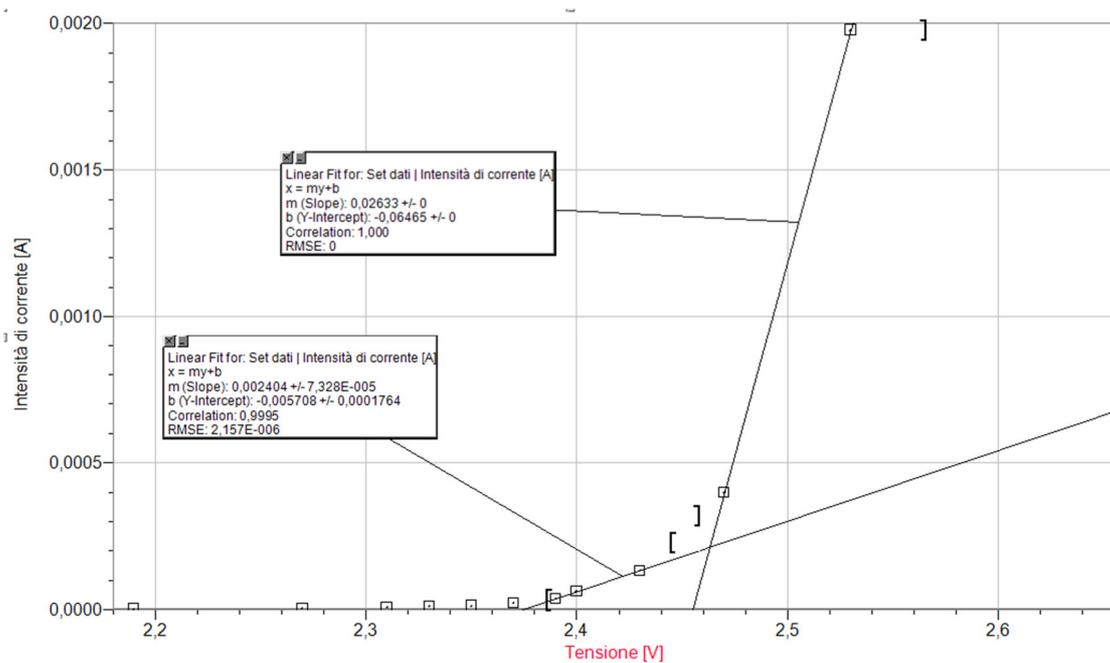
Calcolo della lunghezza d'onda:

$$\lambda = \frac{0,001}{600} * \frac{2,40 * 10^{-2} [m]}{\sqrt{8,00 * 10^{-2})^2 [m]^2 + (2,40 * 10^{-2})^2 [m]^2}}$$

$$= 4,96 * 10^{-7} [m]$$

$$\lambda = (496 \pm 10) * 10^{-9} [m]$$

VOLT [V]	INTENSITÀ DI CORRENTE [μA]
2,19 \pm 0,01	2 \pm 1
2,27 \pm 0,01	3 \pm 1
2,31 \pm 0,01	6 \pm 1
2,33 \pm 0,01	10 \pm 1
2,35 \pm 0,01	13 \pm 1
2,37 \pm 0,01	22 \pm 1
2,39 \pm 0,01	36 \pm 1
2,40 \pm 0,01	63 \pm 1
2,43 \pm 0,01	133 \pm 1
2,47 \pm 0,01	397 \pm 1
2,53 \pm 0,01	1977 \pm 1



Retta di destra:

$$\begin{cases} y_{dx} = 0 \\ y_{dx} = (2,633 * 10^{-2})x_{dx} - (6,465 * 10^{-2}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_{dx} = 0 \\ x_{dx} = \frac{(6,465 * 10^{-2})}{(2,633 * 10^{-2})} = 2,46 \end{cases}$$

Retta di sinistra:

$$\begin{cases} y_{sx} = 0 \\ y_{sx} = (2,404 * 10^{-3})x_{sx} - (5,708 * 10^{-3}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_{sx} = 0 \\ x_{sx} = \frac{(5,708 * 10^{-3})}{(2,404 * 10^{-3})} = 2,37 \end{cases}$$

Abbiamo deciso di calcolare il potenziale di soglia come media dei due zeri delle rette interpolanti:

$$V_S = \frac{x_{dx} + x_{sx}}{2} = \frac{2,37 + 2,46}{2} = 2,42 [V]$$

A questa misurazione abbiamo associato l'errore (σ), determinato con la semidispersione:

$$\sigma = \frac{x_{dx} - x_{sx}}{2} = \frac{2,46 - 2,37}{2} = 0,05 [V]$$

Dunque, il valore finale del voltaggio di soglia del diodo LED verde è:

$$V_{S(blue)} = (2,42 \pm 0,05) [V]$$

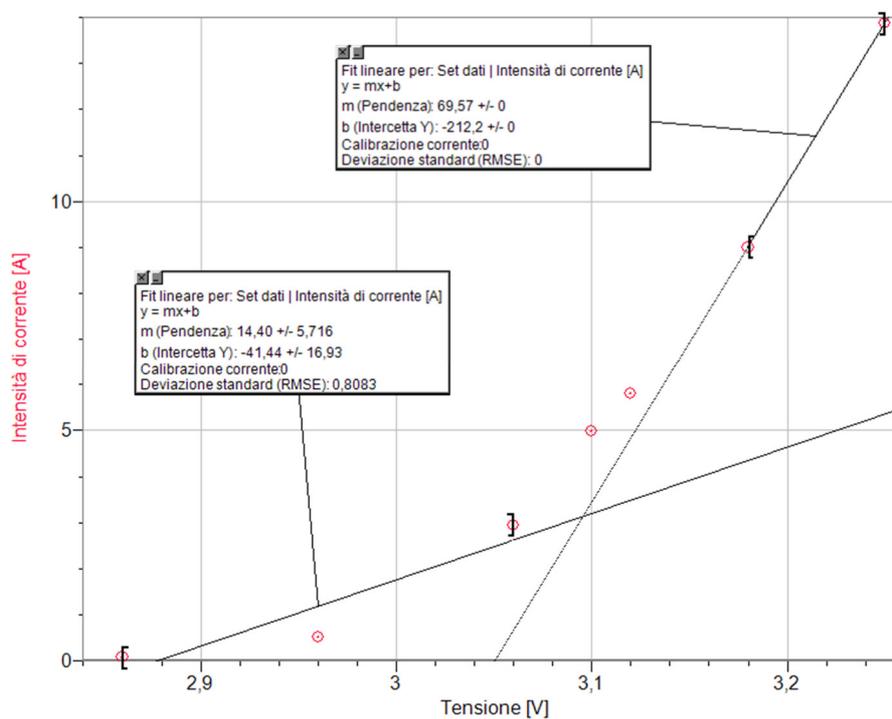
Diodo LED UV:

Calcolo della lunghezza d'onda:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{0,001}{600} * \frac{2,00 * 10^{-2} [m]}{\sqrt{(2,00 * 10^{-2})^2 [m]^2 + (7,80 * 10^{-2})^2 [m]^2}} \\ &= 4,14 * 10^{-7} [m] \end{aligned}$$

$$\lambda = (414 \pm 10) * 10^{-9} [m]$$

VOLT [V]	INTENSITÀ DI CORRENTE [μA]
2,86 \pm 0,01	0,07 \pm 0,01
2,96 \pm 0,01	0,52 \pm 0,01
3,06 \pm 0,01	2,95 \pm 0,01
3,10 \pm 0,01	4,98 \pm 0,01
3,12 \pm 0,01	5,80 \pm 0,01
3,15 \pm 0,01	9,22 \pm 0,01
3,18 \pm 0,01	9,00 \pm 0,01
3,25 \pm 0,01	13,87 \pm 0,01



Retta di destra:

$$\begin{cases} y_{dx} = 0 \\ y_{dx} = (6,957 * 10)x_{dx} - (2,122 * 10^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_{dx} = 0 \\ x_{dx} = \frac{(2,122 * 10^2)}{(6,957 * 10)} = 3,05 \end{cases}$$

Retta di sinistra:

$$\begin{cases} y_{sx} = 0 \\ y_{sx} = (1,440 * 10)x_{sx} - (4,144 * 10) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_{sx} = 0 \\ x_{sx} = \frac{(4,144 * 10)}{(1,440 * 10)} = 2,88 \end{cases}$$

Abbiamo deciso di calcolare il potenziale di soglia come media dei due zeri delle rette interpolanti:

$$V_s = \frac{x_{dx} + x_{sx}}{2} = \frac{3,05 + 2,88}{2} = 2,97 \text{ [V]}$$

A questa misurazione abbiamo associato l'errore (σ), determinato con la semidispersione:

$$\sigma = \frac{x_{dx} - x_{sx}}{2} = \frac{3,05 - 2,88}{2} = 0,09 \text{ [V]}$$

Dunque, il valore finale del voltaggio di soglia del diodo LED UV è:

$$V_{s(UV)} = (2,97 \pm 0,09) \text{ [V]}$$

Di seguito una tabella riassuntiva dei voltaggi di soglia ottenuti:

DIODO LED	VOLTAGGIO DI SOGLIA [V]	ERRORE (σ) [V]
Rosso	1,80	0,04
Verde	2,19	0,04
Blu	2,42	0,05
UV	2,97	0,09

Di seguito una tabella riassuntiva delle lunghezze d'onda ottenute:

DIODO LED	LUNGHEZZA D'ONDA [nm]	ERRORE (σ) [nm]
Rosso	665	10
Verde	578	10
Blu	496	10
UV	414	10

Riscriviamo la relazione di Einstein nella sua nuova forma:

$$V_s = h * \frac{c}{e\lambda}$$

Evinciamo che, ai fini di tracciarla in un grafico, bisogna determinare il rapporto $\frac{c}{e\lambda}$. Come carica dell'elettrone useremo il valore esatto $e = (1,60 * 10^{-19}) [C]$ e considereremo come velocità della luce il valore seguente $c = (3,00 * 10^8) [\frac{m}{s}]$.

Seguono i calcoli del suddetto rapporto per i diversi diodi LED:

Diodo LED rosso:

$$\frac{c}{e\lambda} = \frac{3,00 * 10^8 [\frac{m}{s}]}{(1,60 * 10^{-19}) [C] * (665 * 10^{-9}) [m]} = 2,82 * 10^{33} [sC]^{-1}$$

Diodo LED verde:

$$\frac{c}{e\lambda} = \frac{3,00 * 10^8 [\frac{m}{s}]}{(1,60 * 10^{-19}) [C] * (578 * 10^{-9}) [m]} = 3,24 * 10^{33} [sC]^{-1}$$

Diodo LED blu:

$$\frac{c}{e\lambda} = \frac{3,00 * 10^8 [\frac{m}{s}]}{(1,60 * 10^{-19}) [C] * (496 * 10^{-9}) [m]} = 3,78 * 10^{33} [sC]^{-1}$$

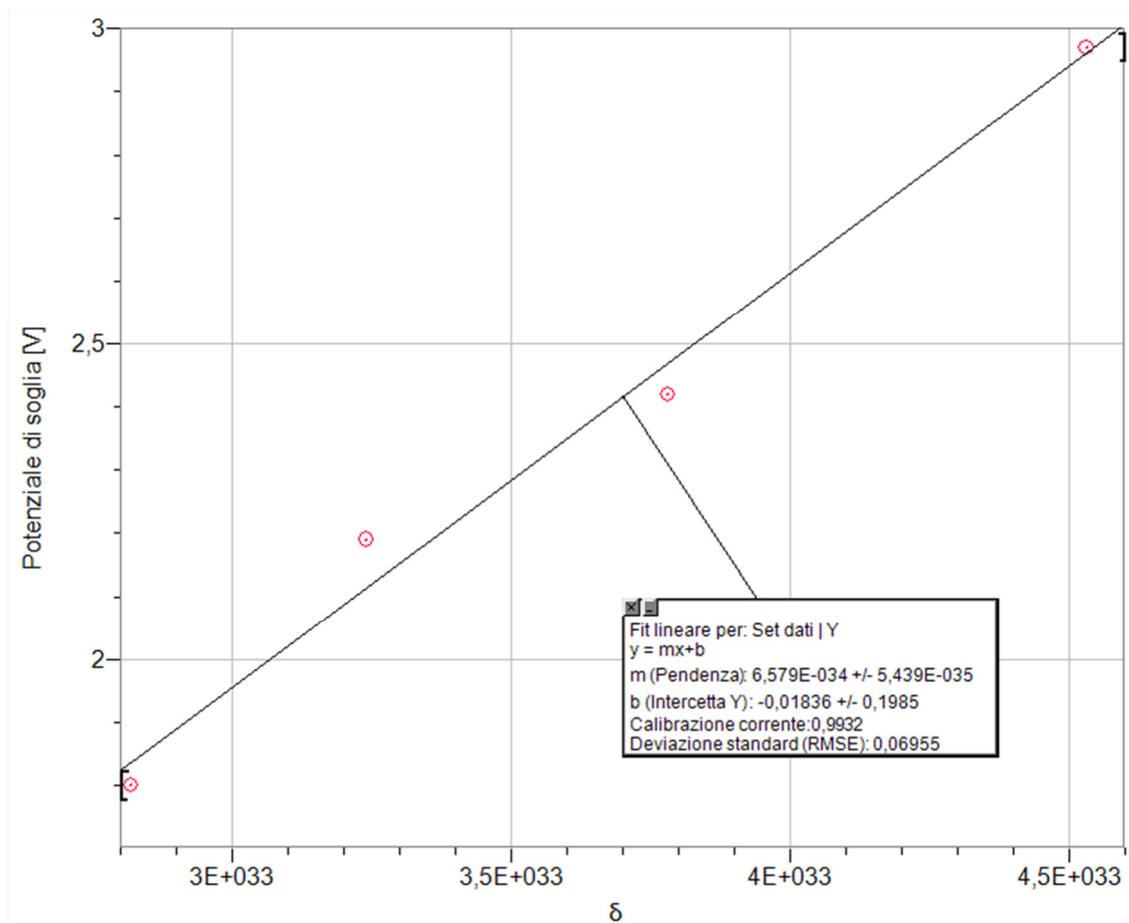
Diodo LED UV:

$$\frac{c}{e\lambda} = \frac{3,00 * 10^8 [\frac{m}{s}]}{(1,60 * 10^{-19}) [C] * (414 * 10^{-9}) [m]} = 4,53 * 10^{33} [sC]^{-1}$$

Segue una tabella riepilogativa dei valori dei dati utilizzati per costruire il grafico $V_s(\frac{c}{e\lambda})$ per ogni diodo LED:

DIODO LED	$\frac{c}{e\lambda} [sC]^{-1}$	LUNGHEZZA D'ONDA [nm]
Rosso	$2,82 \cdot 10^{33}$	578
Verde	$3,24 \cdot 10^{33}$	496
Blu	$3,78 \cdot 10^{33}$	414
Uv	$4,53 \cdot 10^{33}$	665

Nel seguente grafico abbiamo indicato il rapporto $\frac{c}{e\lambda}$ con la lettera greca δ ed omissis le unità di misura.



Il valore del coefficiente angolare ci restituisce la costante di Planck. Il risultato dell'interpolazione è:

$$m = (6,58 \pm 0,54) * 10^{-34} [Js]$$

E risulta compatibile con il reale valore della costante di Planck, ossia:

$$h = 6,63 * 10^{-34} [Js]$$

La costante di Planck non presenta errore poiché è utilizzata nella definizione del chilogrammo.

4. Risultati

Dall'analisi dati emergono molti fattori, tutti ugualmente degni di essere analizzati. Tuttavia, ci soffermeremo solo sui punti salienti.

I valori ottenuti delle lunghezze d'onda sono compatibili con quelle di riferimento dei *datasheet*. Ciò è un fattore fondamentale poiché evidenzia due aspetti fondamentali, ossia:

- La bontà del metodo sperimentale
- L'accuratezza dei dati

Un procedimento analogo è stato fatto per i voltaggi di soglia. Infatti, in un primo momento abbiamo provato a determinare il voltaggio di soglia di un diodo LED con il metodo che abbiamo scelto e, vedendo che era compatibile con il valore riconosciuto, abbiamo proceduto con i restanti diodi LED. Questa parte di verifica crediamo sia stata fondamentale per la riuscita dell'esperimento. Infatti, se gli esiti di queste prove fossero stati negativi avremmo dovuto riconsiderare i procedimenti da noi scelti. Tuttavia, ci sono anche degli aspetti incontrollabili, ad esempio il fatto che la luce dei diodi LED non è monocromatica. Ossia, non ha un'unica lunghezza d'onda bensì diverse. Dunque, noi, in realtà, osserviamo solo una delle possibili lunghezze d'onda, in particolare quella di picco. Per tenere conto di questo aspetto sarebbe necessario uno studio molto più complesso e approfondito che, al momento, non siamo in grado di fare sia per mancanza di mezzi sia per mancanza di tempo. L'equazione che tiene conto di tutti questi aspetti è l'equazione di Shockley che, per completezza, riportiamo:

$$i_D = I_S(e^{\frac{v_D}{nV_T}} - 1)$$

La molteplicità di lunghezze d'onda, inoltre, potrebbe giustificare un fenomeno che abbiamo osservato. Infatti, durante le misurazioni dei potenziali e dell'intensità di corrente verificavamo la presenza di fotoni prima del potenziale di soglia. Ciò potrebbe essere dovuto al fatto che i fotoni che percepiamo, in realtà, avevano un'altra lunghezza d'onda rispetto a quella che volevamo misurare. Inoltre, i diodi LED sono sistemi fisici complessi e difficili da indagare. Infatti, l'energia dei fotoni emessi ($h\nu$) è fornita dal lavoro del campo elettrico applicato alla giunzione (eV) e quindi deve sussistere una relazione lineare fra la frequenza della radiazione emessa e la tensione V_{diodo} di accensione del diodo LED. Solitamente consideriamo V_{diodo} come il punto nella curva caratteristica in un cui si osserva un "ginocchio", punto in cui il diodo LED inizia a condurre in maniera apprezzabile energia elettrica. Tuttavia, questo "ginocchio" è assegnato in maniera arbitraria e dipende dall'interpolazione lineare scelta, dunque, porta a una stima di h . Un miglior modo per indagare il fenomeno è descritto dalla relazione:

$$eV_d = h\nu + Q$$

La quale afferma che il lavoro del campo esterno (eV_d) in parte si trasforma in energia del fotone ($h\nu$) mentre, la restante quantità (Q) viene dissipata in altri modi (questa grandezza è tipica di ogni materiale). Dunque, la frequenza di una radiazione emessa sarebbe:

$$\nu = \frac{e}{h}V_s + \text{cost}$$

Nella nostra trattazione abbiamo considerato la *cost* uguale per tutti i diodi LED, anche se così non sarebbe. Sarebbe interessante indagare maggiormente questo aspetto; tuttavia, non abbiamo né gli strumenti né il tempo necessari per farlo.

5. Conclusioni

L'esperimento si può considerare riuscito poiché il valore da noi ottenuto della costante di Planck è compatibile con quello reale. Infatti,

$$m = (6,58 \pm 0,54) * 10^{-34} [Js]$$

è compatibile con il reale valore

$$h = 6,63 * 10^{-34} [Js]$$

Sotto questo punto di vista, dunque, la metodologia da noi adottata si è rivelata buona. Tuttavia, la tecnica che abbiamo utilizzato è stata affinata con diversi tentativi. Infatti, inizialmente i valori che ottenevamo non erano compatibili, solo riprendendo le misure prestando più attenzione ai dettagli (come la misurazione delle distanze utili al calcolo della lunghezza d'onda, o anche l'analisi dati) siamo riusciti a ottenere un buon risultato. In particolare, abbiamo ripreso le misure due volte. Ai fini di rendere l'esperimento replicabile teniamo a specificare le criticità da noi riscontrate:

- La mancanza di un luogo sufficientemente scuro, in un primo momento ha reso difficile la presa dei dati (in particolare quelli relativi all'esperimento di Young). Infatti, con un luogo molto più scuro non si sarebbero riscontrati i suddetti problemi. Da ciò i nostri tentativi come, oscurare il banco ottico, oscurare il più possibile le finestre della stanza, avvolgere il diodo LED dentro un tubo composto di carta specchio (in modo che la luce riflettesse al suo interno) e l'uso di più lenti convesse convergenti per ovviare il fatto che la luce dei diodi LED non è collimata
- L'impossibilità di usare più tipi di diodi LED poiché, ad esempio, quelli arancioni presentavano una banda di diffrazione troppo elevata dunque diveniva imprecisa la misurazione della distanza tra i massimi d'interferenza
- L'utilizzo di una strumentazione con basse sensibilità ha sicuramente impedito la possibilità di avere un risultato più preciso, ciò, in realtà, non si configura come un vero problema bensì come uno spunto di miglioramento.
- Il fatto che durante la carriera scolastica non avevamo mai affrontato un esperimento di tale complessità ha reso l'esperienza talvolta complessa. Tuttavia, ciò è stato un ottimo spunto di miglioramento e divertimento, poiché abbiamo avuto l'occasione di acquisire nuove nozioni (come l'analisi dati e l'uso di certe tecniche) e, comunque, ci siamo divertiti facendo fisica. Poiché, ne abbiamo scoperto aspetti che non si possono trovare tra i libri.

L'esperimento è senz'altro migliorabile, infatti, dalla nostra esperienza suggeriamo i seguenti spunti:

- Considerare una campionatura più ampia di diodi LED (idealmente maggiore è il numero di diodi LED che si usano migliore sarà l'interpolazione)

- L'uso di diversi metodi per calcolare gli errori relativi alle misure. Ciò permetterebbe sia un'interpolazione tra i diversi errori (per ottenerne uno migliore) ma anche per individuare eventuali errori sistematici ricorrenti che potrebbero aver influenzato le misurazioni
- L'uso di più tecniche di analisi dati; infatti, quella da noi scelta è solo una delle possibili. Dunque, applicando più tecniche si ha un numero maggiore di dati da poter analizzare e quindi da interpolare per ottenere risultati più convincenti
- Effettuare più misure per lo stesso diodo LED, ottenendo così un maggior numero di dati da considerare
- Indagare ulteriormente il fenomeno fisico polarizzando inversamente il diodo LED: così facendo quest'ultimo è in grado di rilevare corrente se illuminato con radiazione di frequenza maggiore della sua di soglia
- Effettuare le misurazioni in diverse condizioni. In particolare, avevamo pensato a un ambiente più freddo (come l'esterno). Ciò, tuttavia, non è stato possibile poiché nelle giornate in cui effettuavamo le misurazioni le temperature si sono alzate.

Bibliografia e Sitografia

- Enrico Bellone - CAOS E ARMONIA - Storia della fisica - UTET (2004)
- Ugo Amaldi - IL NUOVO AMALDI PER I LICEI SCIENTIFICI.BLU - Volume 2 - Zanichelli
- Ugo Amaldi - IL NUOVO AMALDI PER I LICEI SCIENTIFICI.BLU - Volume 3 - Zanichelli
- Misura della costante h/e (costante di Planck/carica elementare) mediante L.E.D
- pn JUNCTION DEVICES AND LIGHT EMITTING DIODES
- <http://www.elemania.altervista.org/diodi/LED/led2.html>
- <https://it.wikipedia.org/wiki/Lente>
- https://it.wikipedia.org/wiki/Costante_di_Planck
- <https://it.wikipedia.org/wiki/LED>