

SCIENZA E FANTASCIENZA

Il dato come indizio

Firenze, 7-8 maggio 2025

SEZIONE TESINE TRIENNIO

Secondo classificato

L'universo in un filo: l'esperimento di Cavendis

Studenti

Soldà Alessandro - Frasarin Filippo - Rioda Pietro Angelo Maria

Boyko Anastasia - Ditadi Michelle

Classe 3 BA

Istituto di Istruzione Superiore

Liceo scientifico Istituto Don Bosco - Padova (PD)

Docente Coordinatore

Di Cataldo Igor

Come sarebbe un Universo con costante di gravitazione G diversa da quella del nostro? È riprodotta la misura di G eseguita da Cavendish, impegnativa sul piano concettuale e sperimentale: dopo una apparecchiatura di cui sono studiate le criticità, se ne realizza un'altra che porta a un risultato migliore; entrambi i risultati però sono molto maggiori del valore accreditato. Per Universi improbabili, caratterizzati dai valori di G ottenuti, sono calcolate e discusse grandezze dinamiche tipiche del nostro Universo reale. La tesina, scandita con rigore, mostra correttezza linguistica e consapevolezza del metodo sperimentale.

Relazione del docente

Il progetto "L'universo in un filo: l'esperimento di Cavendish e la costante G " è stato realizzato da cinque alunni della classe terza BA del Liceo Scientifico Scienze Applicate dell'Istituto Don Bosco di Padova. L'obiettivo era avvicinare gli studenti alla fisica sperimentale, partendo dalla legge di gravitazione universale di Newton per arrivare alla misurazione della costante gravitazionale G attraverso la costruzione di una bilancia di torsione. Abbiamo lavorato un pomeriggio a settimana da metà ottobre fino a fine febbraio, in un percorso che si è rivelato molto più ricco e imprevedibile di quanto immaginassimo all'inizio.

All'inizio, non sapevamo bene dove ci avrebbe portato questo lavoro. Le idee dei ragazzi, le difficoltà incontrate e la necessità di trovare soluzioni creative ci hanno spinto a "esplorare universi" sconosciuti, fantasticando su teorie apparentemente assurde che hanno permesso di utilizzare la fantasia per progredire nel lavoro scientifico. È stato un viaggio intenso, che ci ha fatto vivere emozioni contrastanti: momenti di frustrazione e sconforto, quando i risultati non arrivavano o lo strumento non funzionava come previsto, ma anche momenti di gioia ed entusiasmo, quando finalmente riuscivamo a vedere i primi dati o a risolvere un problema. Ci siamo arrabbiati, abbiamo riso e ci siamo emozionati come bambini che scoprono il mondo.

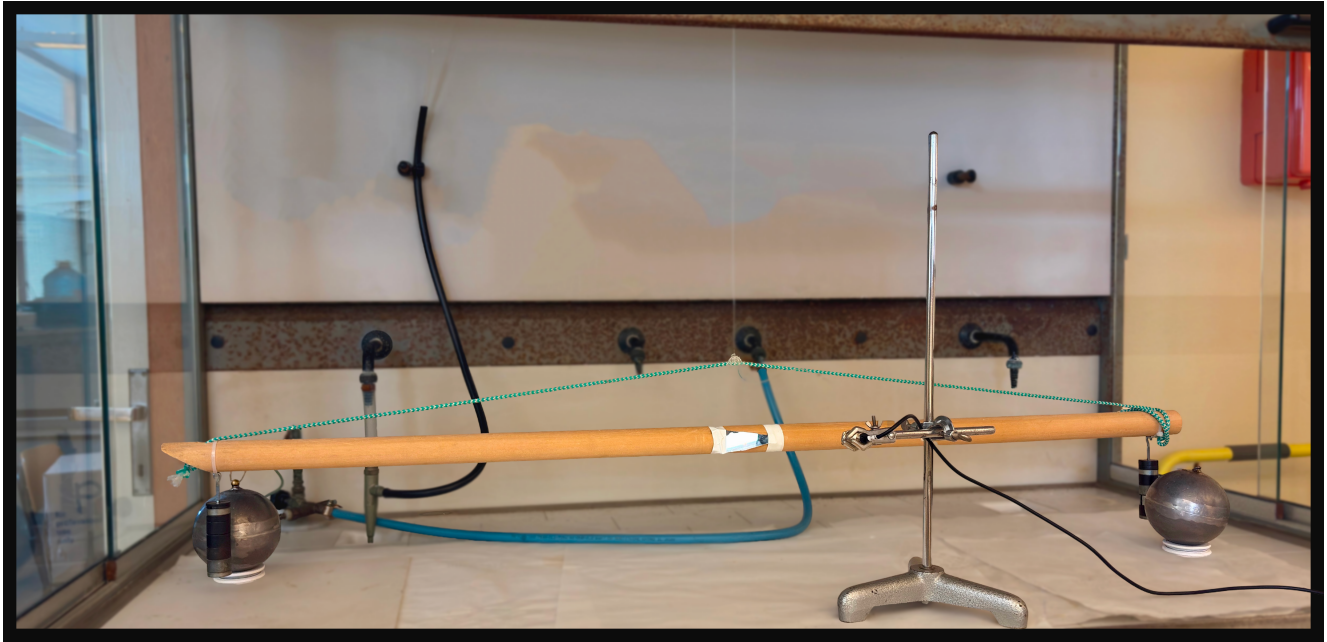
Gli studenti hanno lavorato in gruppo, dividendo i compiti: dalla ricerca teorica alla costruzione della bilancia, dalla raccolta dati all'analisi dei risultati. Hanno imparato a gestire strumenti di misurazione, a calcolare incertezze e a interpretare dati sperimentali. La prima versione della bilancia, realizzata con materiali di recupero, non ha funzionato come sperato, ma ci ha insegnato l'importanza di migliorare e riprovare. Nella seconda fase, abbiamo introdotto modifiche significative, come l'uso di un filo di nylon più stabile e l'isolamento del sistema in una cappa chimica per ridurre le perturbazioni esterne.

Il valore aggiunto di questo progetto è stato l'equilibrio tra rigore scientifico e creatività. La riflessione su universi alternativi, con valori ipotetici di G , ha permesso ai ragazzi di immaginare mondi diversi, collegando scienza e fantascienza. Questo approccio ha stimolato la loro curiosità e li ha spinti a superare le difficoltà con soluzioni innovative.

È stata un'esperienza faticosa ma indimenticabile, che ci ha insegnato a non arrenderci di fronte alle sfide, a cercare soluzioni creative e a gioire delle piccole conquiste. Un'avventura che ci ha fatto crescere insieme, non solo come scienziati, ma anche come persone.

L'universo in un filo

L'esperimento di Cavendish e la costante G



1 Introduzione

Tutti conoscono la storia della mela di Newton: una mela cade dall'albero, e lui capisce come funziona la gravità. Sembra quasi una favola, ma è stato proprio questo semplice evento a cambiare per sempre il modo in cui vediamo l'universo. L'esperimento di Henry Cavendish, condotto quasi un secolo dopo, portò questa intuizione a un passo avanti, permettendoci di misurare con precisione la forza invisibile che tiene insieme il nostro mondo e l'intero universo.

L'esperimento di Cavendish non è stato solo un grande passo per la fisica, ma ha anche acceso la fantasia di tanti. Dopo di lui, scienziati e scrittori hanno iniziato a sognare cose incredibili, come viaggiare nello spazio o costruire ascensori spaziali. Come è possibile che un dato scientifico così preciso e apparentemente asettico possa stimolare una creatività così sfrenata?

In questo lavoro, ripercorreremo le tappe dell'esperimento di Cavendish, dalla sua concezione originale alle moderne rivisitazioni. Analizzeremo come un dato empirico, frutto di un'attenta osservazione e di una rigorosa metodologia sperimentale, possa diventare il punto di partenza per teorie scientifiche rivoluzionarie e per storie che catturano l'immaginazione.

Esploreremo il legame profondo tra scienza e fantascienza, mostrando come la ricerca della conoscenza e la sete di avventura siano due facce della stessa medaglia. E scopriremo come, anche oggi, l'eredità di Cavendish continua a ispirare scienziati e scrittori di tutto il mondo.

Indice

1	Introduzione	1
2	Dalla mela di Newton alla bilancia di Cavendish: un viaggio nella gravità	4
2.1	La sfida della misurazione: trovare G	4
2.2	L'esperimento di Cavendish: pesare la Terra	4
2.3	L'impatto dell'esperimento	4
2.4	L'eredità di Cavendish	5
3	Obiettivi del nostro esperimento	5
4	Teoria dell'esperimento con la bilancia di torsione	6
4.1	Configurazione dell'esperimento	6
4.2	Momento torcente gravitazionale	6
4.3	Rotazione e momento torcente elastico	7
4.4	Condizione di equilibrio	8
4.5	Misurazione della costante gravitazionale G	8
5	Costruzione della bilancia di torsione	8
5.1	Passaggi per la costruzione:	10
6	Procedura sperimentale	11
6.1	Fase preliminare: taratura del sistema	11
6.2	Misurazione del Periodo di Oscillazione	12
6.3	Misurazione dell'Angolo di Torsione	12
7	Analisi dei dati	13
7.1	Calcolo del periodo di oscillazione	13
7.2	Calcolo del momento d'inerzia I	13
7.3	Calcolo della costante di torsione κ	14
7.4	Misurazione dello spostamento del raggio laser e calcolo dell'angolo di torsione	15
7.5	Calcolo della costante gravitazionale G	16
7.6	Conclusione dell'analisi dei dati	17

8	Un universo alternativo: immaginare una realtà con $G = 2,5 \times 10^{-9} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$	18
8.1	Caratteristiche di un universo con $G = 2,5 \times 10^{-9} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$	18
8.2	Confronto con la realtà osservata	21
8.3	Il metodo scientifico: osservazione, analisi e confronto	22
8.4	Fantascienza e scienza a confronto	22
9	Considerazioni sulla prima realizzazione dell'esperimento	22
9.1	Lati deboli della prima realizzazione	22
10	Un nuovo inizio: il secondo esperimento	24
11	Analisi dei dati del secondo esperimento	26
11.1	Misurazione del periodo di oscillazione	26
11.2	Misurazione della posizione del punto laser	26
11.3	Calcolo del momento d'inerzia I	26
11.4	Calcolo della costante di torsione κ	27
11.5	Calcolo della costante gravitazionale G	28
11.6	Conclusioni dell'analisi dei dati	28
12	Conclusioni finali	29

2 Dalla mela di Newton alla bilancia di Cavendish: un viaggio nella gravità

Tutto ha inizio con Isaac Newton e la sua famosa mela. L'osservazione della caduta dei corpi lo portò a formulare una teoria rivoluzionaria: la legge di gravitazione universale. Questa legge afferma che ogni corpo nell'universo attrae ogni altro corpo con una forza direttamente proporzionale al prodotto delle loro masse e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza. In termini matematici, Newton espresse questa legge come:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Questa legge è stata una rivoluzione: con una sola formula, Newton è riuscito a spiegare perché la mela cade dall'albero e perché i pianeti girano intorno al Sole.

2.1 La sfida della misurazione: trovare G

Nonostante la sua eleganza, la legge di Newton presentava un problema: il valore della costante gravitazionale universale G era sconosciuto. Misurare la forza di gravità tra due oggetti normali è stato un problema enorme, perché è una forza davvero piccola. Ci voleva uno strumento super preciso, e Cavendish ci è riuscito!

2.2 L'esperimento di Cavendish: pesare la Terra

Un secolo dopo Newton, Henry Cavendish, un genio della fisica, decise di affrontare una sfida enorme: misurare la forza di gravità tra due oggetti. Nel 1797 costruì uno strumento incredibile, la bilancia di torsione, per riuscirci.

- **La bilancia di torsione:** Lo strumento chiave dell'esperimento di Cavendish fu una bilancia di torsione estremamente sensibile. La bilancia di torsione è fatta da un'asta orizzontale appesa a un filo sottilissimo, con due piccole sfere di piombo alle estremità. Quando due sfere più grandi venivano avvicinate alle sfere piccole, la forza di attrazione gravitazionale causava una torsione del filo, facendo ruotare l'asta. Misurando l'angolo di torsione, Cavendish poteva calcolare la forza gravitazionale e, di conseguenza, il valore di G .
- **Un'impresa titanica:** L'esperimento di Cavendish fu un'impresa pionieristica. Cavendish ha dovuto risolvere un sacco di problemi: vibrazioni, correnti d'aria e altre interferenze. Nonostante queste difficoltà, Cavendish riuscì a ottenere una misurazione sorprendentemente accurata della costante gravitazionale.

2.3 L'impatto dell'esperimento

L'esperimento di Cavendish ha cambiato tutto:

- **Conferma della legge di Newton:** L'esperimento fornì una conferma sperimentale della legge di gravitazione universale, rafforzando la fiducia nella teoria di Newton.

- **Misura della massa della Terra:** Conoscendo il valore di G , Cavendish riuscì a calcolare la massa della Terra.
- **Apertura a nuove scoperte:** L'esperimento di Cavendish aprì la strada a nuove scoperte nel campo della fisica e dell'astronomia.

2.4 L'eredità di Cavendish

L'esperimento di Cavendish è considerato uno dei più importanti della storia della fisica. La sua influenza si estende ben oltre la semplice misurazione di una costante. Ha ispirato generazioni di scienziati e ha contribuito a plasmare la nostra comprensione dell'universo.

Dalla mela di Newton alla bilancia di Cavendish, il cammino è stato lungo e tortuoso. Ma grazie all'ingegno e alla perseveranza degli scienziati, siamo riusciti a svelare uno dei misteri più affascinanti della natura: la forza di gravità.

3 Obiettivi del nostro esperimento

Il nostro obiettivo era rifare l'esperimento di Cavendish, ma con materiali semplici e in un laboratorio normale, per comprendere quanto la precisione delle sue misure (all'epoca ineguagliabili) fosse un risultato straordinario. In particolare, ci proponiamo di:

1. **Costruire una bilancia di torsione** funzionante utilizzando materiali comuni e di facile reperibilità.
2. **Misurare la costante di torsione** κ del sistema, studiando le oscillazioni libere della bilancia.
3. **Determinare la costante gravitazionale** G misurando l'angolo di torsione causato dall'attrazione gravitazionale tra masse note.
4. **Valutare le difficoltà sperimentali** legate alla misurazione di forze estremamente piccole, come la gravità, in un ambiente non controllato.

Inoltre, un ulteriore obiettivo del nostro esperimento è esplorare **come il calcolo di un dato scientifico possa essere l'indizio per nuove scoperte e speculazioni fantascientifiche**. Attraverso la misurazione di G , non solo confermiamo le leggi della fisica classica, ma apriamo anche la porta a domande profonde e creative:

- Cosa accadrebbe se G fosse diversa?
- Come potrebbero funzionare universi alternativi con leggi fisiche diverse?
- In che modo il nostro risultato potrebbe ispirare nuove teorie scientifiche o storie fantascientifiche?

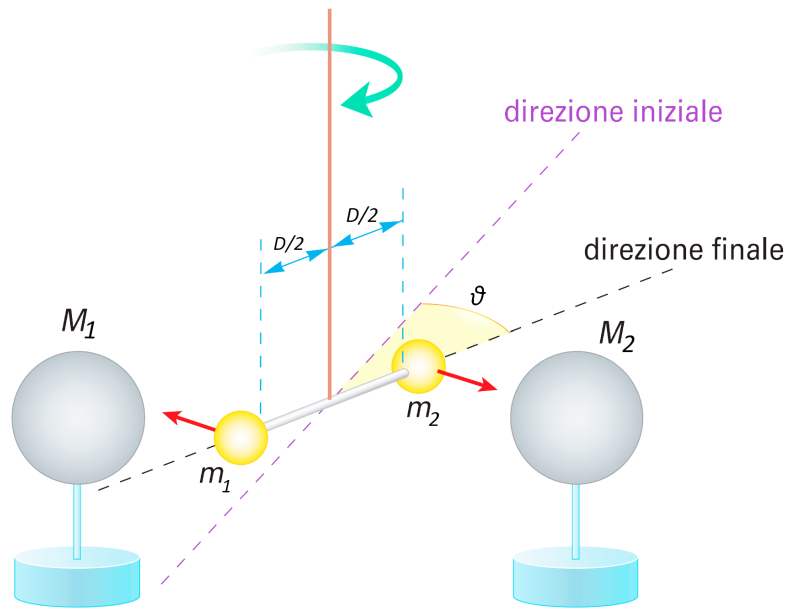
Questo obiettivo aggiunge una dimensione filosofica e creativa al nostro lavoro, collegando la precisione della scienza alla libertà dell'immaginazione e mostrando come ogni dato scientifico possa essere un punto di partenza per esplorare nuovi orizzonti.

4 Teoria dell'esperimento con la bilancia di torsione

La bilancia di torsione è uno strumento utilizzato per misurare la costante gravitazionale G . Essa è costituita da un'asta sottile e leggera, sospesa al soffitto tramite un filo sottile. Agli estremi dell'asta sono fissate due masse, m_1 e m_2 , che possono oscillare liberamente. Il filo di sospensione ha una proprietà elastica, descritta dalla legge di Hooke per la torsione, che genera un momento torcente opposto alla rotazione dell'asta.

4.1 Configurazione dell'esperimento

Quando l'asta è in equilibrio, le masse appese sono ferme. Tuttavia, se due masse esterne, M_1 e M_2 , vengono posizionate simmetricamente a terra vicino alle masse appese (a un angolo di 90° rispetto all'asta), si genera una forza di attrazione gravitazionale tra le masse esterne e quelle appese. Questa forza causa una rotazione dell'asta, che inizia a ruotare attorno al filo di sospensione.



4.2 Momento torcente gravitazionale

Il momento torcente τ è definito come il prodotto della forza F per il braccio b (la distanza perpendicolare tra la linea d'azione della forza e l'asse di rotazione). Sembra complicato, ma in realtà è come aprire una porta: più lontano spingi, meno fatica fai! Nel nostro caso, poiché le masse esterne sono posizionate a 90° rispetto all'asta, l'angolo tra la forza gravitazionale e il braccio è esattamente 90° , e quindi il momento torcente è semplicemente:

$$\tau = F \cdot b$$

Per ciascuna massa appesa, la forza gravitazionale è data dalla legge di gravitazione universale:

$$F_1 = \frac{GM_1m_1}{r_1^2}, \quad F_2 = \frac{GM_2m_2}{r_2^2}$$

dove:

- G è la costante gravitazionale,
- M_1 e M_2 sono le masse esterne,
- m_1 e m_2 sono le masse appese,
- r_1 e r_2 sono le distanze tra le masse esterne e quelle appese.

Il braccio b per ciascuna forza è uguale a metà della distanza D tra le masse appese, cioè $b = \frac{D}{2}$. Pertanto, i momenti torcenti generati dalle due forze gravitazionali sono:

$$\tau_1 = F_1 \cdot \frac{D}{2} = \frac{GM_1m_1}{r_1^2} \cdot \frac{D}{2}$$

$$\tau_2 = F_2 \cdot \frac{D}{2} = \frac{GM_2m_2}{r_2^2} \cdot \frac{D}{2}$$

Il momento torcente gravitazionale totale τ_g è la somma dei due contributi:

$$\tau_g = \tau_1 + \tau_2 = \frac{GD}{2} \left(\frac{M_1m_1}{r_1^2} + \frac{M_2m_2}{r_2^2} \right)$$

4.3 Rotazione e momento torcente elastico

Man mano che l'asta ruota, il filo si torce, esercitando un momento torcente elastico τ_e che si oppone alla rotazione. Questo momento torcente è proporzionale all'angolo di torsione θ secondo la legge di Hooke:

$$\tau_e = -\kappa\theta$$

dove κ è la costante di torsione del filo.

4.4 Condizione di equilibrio

A un certo angolo di rotazione θ , il momento torcente elastico τ_e eguaglia il momento torcente gravitazionale τ_g . In questa condizione di equilibrio, si ha:

$$\tau_e = \tau_g$$

$$\kappa\theta = \frac{GD}{2} \left(\frac{M_1 m_1}{r_1^2} + \frac{M_2 m_2}{r_2^2} \right)$$

4.5 Misurazione della costante gravitazionale G

Per determinare G , è necessario conoscere la costante di torsione κ . Questa può essere misurata studiando le oscillazioni libere della bilancia. Il periodo di oscillazione T è legato a κ e al momento d'inerzia I del sistema dalla relazione:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\kappa}}$$

Risolvendo per κ , si ottiene:

$$\kappa = \frac{4\pi^2 I}{T^2}$$

Una volta determinato κ , è possibile calcolare il momento torcente gravitazionale τ_g all'equilibrio. Infine, utilizzando la condizione di equilibrio, si ricava la costante gravitazionale G :

$$G = \frac{2\kappa\theta}{D \left(\frac{M_1 m_1}{r_1^2} + \frac{M_2 m_2}{r_2^2} \right)}$$

In sintesi, il momento torcente gravitazionale è derivato dalla definizione di momento torcente come prodotto tra forza e braccio, considerando l'angolo di 90° tra forza e braccio. Questo approccio permette di ottenere una misura precisa della costante gravitazionale G attraverso l'equilibrio tra il momento torcente gravitazionale e quello elastico.

5 Costruzione della bilancia di torsione

Per costruire la bilancia di torsione, abbiamo cercato di fare tutto il possibile per renderla precisa e stabile. Non è stato facile, ma ci abbiamo messo tanto impegno! Di seguito sono descritti i materiali utilizzati e i passaggi seguiti per assemblare lo strumento.

Materiali utilizzati:

1. Asta di legno: Un'asta di legno leggera ma rigida, con una lunghezza di $L = 1,705\text{ m}$ e una massa di $m_{\text{asta}} = 1,105\text{ kg}$. L'asta è stata scelta per la sua capacità di mantenere una forma stabile senza flettersi eccessivamente durante le oscillazioni.
 - (a) Sfere di piombo: Due sfere di piombo di massa $m_1 = 5,670\text{ kg}$ e $m_2 = 5,565\text{ kg}$ sono state fissate alle estremità dell'asta. Le sfere di piombo le ha fatte un genitore di un nostro compagno, che ha una fabbrica di lampadari. Ha fuso il piombo e creato due sfere con un gancio per appenderle all'asta. Il piombo è stato scelto per la sua elevata densità, che permette di ottenere una massa significativa in un volume ridotto, massimizzando l'effetto gravitazionale.
2. Filo di torsione: Inizialmente, è stato utilizzato un filo di nylon, ma si è rivelato troppo elastico e inadatto per mantenere una risposta torsionale lineare. Successivamente, è stato sostituito con un metro a nastro metallico, che ha dimostrato una maggiore rigidità e una migliore risposta torsionale, essenziale per garantire un comportamento prevedibile del sistema.
3. Sistema di misurazione ottico: Per misurare gli angoli di torsione, è stato fissato uno specchietto al centro dell'asta. Un raggio laser è stato proiettato sullo specchietto, e il raggio riflesso è stato visualizzato su un muro a una distanza di $d = 5,10\text{ m}$. Questo sistema ottico amplifica i piccoli spostamenti angolari, permettendo di misurare con precisione l'angolo di torsione.
4. Per le masse esterne abbiamo usato due kettlebell in ghisa, quelle che si usano in palestra. Una pesava $M_1 = 20,6\text{ kg}$ e l'altra $M_2 = 20,4\text{ kg}$. La loro forma sferica ha permesso di approssimare le masse come puntiformi, semplificando i calcoli delle forze gravitazionali.



5.1 Passaggi per la costruzione:

1. Montaggio dell'asta e delle sfere:

- L'asta di legno è stata sospesa orizzontalmente al soffitto utilizzando il filo di torsione metallico, fissato al centro dell'asta.
- Le due sfere di piombo sono state appese alle estremità dell'asta tramite gli occhielli, assicurandosi che fossero bilanciate e che l'asta rimanesse in posizione orizzontale.

Le sfere di piombo sono state realizzate appositamente per l'esperimento da uno dei genitori, che possiede una fabbrica di lampadari. Il piombo è stato fuso e modellato in due sfere, ciascuna dotata di un occhiello per poter essere appesa all'asta. Questo ha permesso di ottenere masse precise e facilmente montabili.

2. Installazione del sistema di misurazione ottico:

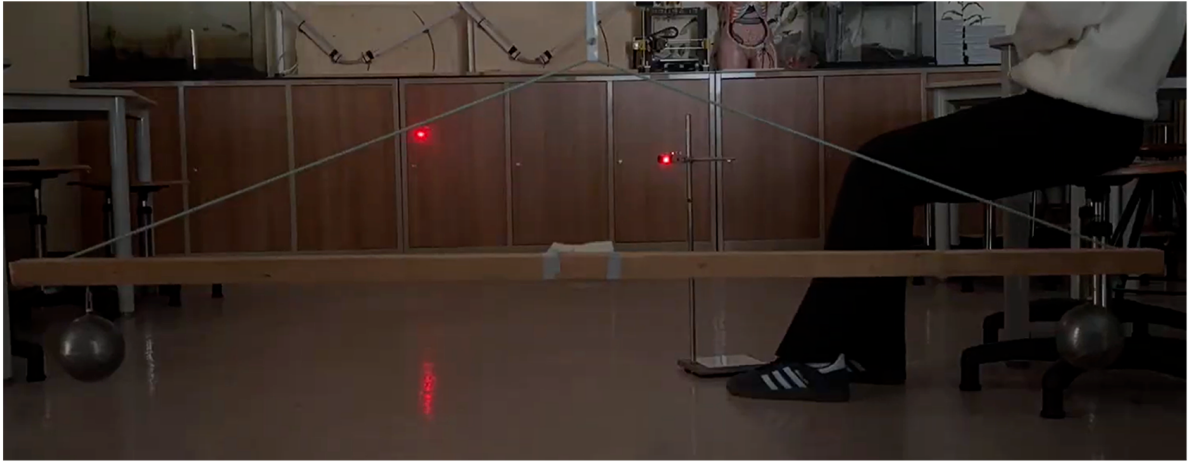
- Uno specchietto è stato fissato al centro dell'asta, in corrispondenza del punto di sospensione.
- Un laser è stato posizionato in modo da proiettare un raggio sullo specchietto, e il raggio riflesso è stato diretto verso un muro distante 5, 10 m.
- Questo sistema permette di convertire piccoli spostamenti angolari dell'asta in grandi spostamenti lineari del raggio riflesso, migliorando la precisione delle misurazioni.

3. Preparazione delle masse esterne:

- Le due kettlebell sono state posizionate a terra, simmetricamente rispetto all'asta, a una distanza nota dalle sfere appese.
- La loro posizione è stata scelta in modo che l'angolo tra l'asta e la linea che congiunge le masse esterne e quelle appese fosse di 90° , massimizzando il momento torcente gravitazionale.

4. Verifica della stabilità del sistema:

- Prima di procedere con le misurazioni, è stato verificato che l'asta fosse perfettamente bilanciata e che il filo di torsione non presentasse torsioni residue. Il sistema è stato lasciato stabilizzare per alcuni minuti per assicurarsi che non ci fossero vibrazioni o oscillazioni indesiderate.



6 Procedura sperimentale

La procedura sperimentale è stata suddivisa in due fasi principali, precedute da una fase di taratura del sistema per garantire precisione nelle misurazioni. Di seguito è descritto nel dettaglio il processo seguito. Durante tutte le fasi, è stato evitato di toccare o perturbare il sistema, e le finestre e le porte sono state chiuse per minimizzare l'effetto delle correnti d'aria.

6.1 Fase preliminare: taratura del sistema

Prima di avviare le misurazioni, è stato fondamentale calibrare la bilancia e stabilire un riferimento per gli spostamenti angolari. Questa fase è stata eseguita con grande attenzione per garantire la massima accuratezza.

1. Stabilizzazione iniziale: Il sistema è stato lasciato a riposo per una notte intera, in assenza di masse esterne, per permettere alla bilancia di raggiungere una posizione di equilibrio statico.

In questa condizione, il raggio laser proiettato sul muro ha indicato la posizione di riferimento ("zero") del sistema.

2. Definizione del sistema di misurazione: Sul muro è stato fissato un cartoncino con una scala graduata (in centimetri), centrata sul punto in cui il laser si posizionava a riposo. Questo ha permesso di quantificare gli spostamenti del raggio laser durante l'esperimento.
3. Ripetizione della taratura: Per verificare la stabilità del sistema, la procedura di taratura è stata ripetuta tre volte: dopo ogni taratura, la bilancia è stata fatta oscillare manualmente e lasciata smorzare le oscillazioni naturalmente. Ogni volta, è stato atteso una notte intera affinché il sistema tornasse completamente a riposo, garantendo che la posizione "zero" del laser fosse riproducibile e affidabile.

6.2 Misurazione del Periodo di Oscillazione

Una volta completata la taratura, è stata misurata la costante di torsione del filo attraverso lo studio delle oscillazioni libere della bilancia.

1. Oscillazioni libere: La bilancia è stata fatta oscillare liberamente in assenza di masse esterne, impartendo una piccola rotazione iniziale all'asta.
2. Registrazione dei tempi: Utilizzando un cronometro, è stato misurato il tempo impiegato un'oscillazione completa per 29 volte.
3. Calcolo del periodo medio: Il periodo medio è stato calcolato come la media aritmetica dei tempi misurati. Questo valore è stato utilizzato per determinare la costante di torsione del filo, (vedi l'analisi dei dati).

6.3 Misurazione dell'Angolo di Torsione

Dopo aver determinato la costante di torsione, è stata misurata la torsione causata dalle masse esterne. Per eseguire questa fase ci è voluta grande pazienza, considerando i lunghi tempi di attesa necessari per raggiungere l'equilibrio.

1. Posizionamento delle masse esterne: Le due masse esterne M_1 e M_2 sono state avvicinate simmetricamente alle sfere appese all'asta, mantenendo una distanza $r_1 = r_2 = 0,15$ m dal centro delle sfere di piombo.
2. Attesa per l'equilibrio: Dopo ogni posizionamento, il sistema è stato lasciato stabilizzare per una notte intera, in modo che l'asta raggiungesse una nuova posizione di equilibrio sotto l'azione combinata del momento torcente gravitazionale e di quello elastico del filo.
3. Misurazione dello spostamento: Abbiamo misurato lo spostamento del raggio laser sei volte, ma per ogni misurazione abbiamo dovuto aspettare una notte intera perché la bilancia smettesse di oscillare. È stato un test di pazienza. Abbiamo registrato come il laser si sposta dalla sua posizione iniziale (detta 'zero', misurata in assenza di masse esterne) fino a raggiungere una nuova posizione di equilibrio quando vengono applicate le masse. La differenza tra queste due posizioni è stata poi convertita in un angolo, usando come riferimento la distanza tra lo specchio riflettente e la parete su cui viene proiettato il fascio laser.

4. Calcolo della costante gravitazionale: Utilizzando i dati raccolti, è stata calcolata la costante gravitazionale (vedi l'analisi dei dati).
-

7 Analisi dei dati

7.1 Calcolo del periodo di oscillazione

Abbiamo misurato i tempi di oscillazione della bilancia di torsione in assenza delle masse esterne. I dati raccolti sono i seguenti (in secondi):

$T_i(s)$					
450	450	433	446	440	433
431	435	437	428	435	425
434	443	438	450	438	450
451	456	438	432	425	441
436	450	434	435	448	

Il periodo medio $\bar{T}$ è stato calcolato come la media aritmetica dei tempi misurati:

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^N T_i}{N} = \frac{12615}{29} \approx 435,0 \text{ s}$$

L'incertezza sul periodo ΔT è stata stimata come la deviazione standard della media:

$$\Delta T = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \approx \frac{9,25}{\sqrt{29}} \approx 1,7 \text{ s}$$

Pertanto, il periodo di oscillazione è:

$$T = 435,0 \pm 1,7 \text{ s}$$

7.2 Calcolo del momento d'inerzia I

Il momento d'inerzia I del sistema è dato da:

$$I = I_{asta} + I_{sfere}$$

$$I_{asta} = \frac{1}{12} m_{asta} L^2$$

$$I_{sfere} = m_1 \left(\frac{D}{2}\right)^2 + m_2 \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{(m_1 + m_2) \cdot D^2}{4}$$

Inserendo i valori noti:

- $m_{\text{asta}} = 1,105 \pm 0,001 \text{ kg}$ (massa dell'asta),
- $L = 1,705 \pm 0,002 \text{ m}$ (lunghezza dell'asta),
- $m_1 = 5,670 \pm 0,001 \text{ kg}$ (massa della sfera 1),
- $m_2 = 5,565 \pm 0,001 \text{ kg}$ (massa della sfera 2),
- $D = 1,493 \pm 0,002 \text{ m}$ (distanza tra le sfere),

abbiamo ottenuto:

$$I = 0,267 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 6.262 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \approx 6,527 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

L'incertezza su I è stata calcolata utilizzando la propagazione degli errori:

$$\Delta I = \Delta I_{\text{asta}} + \Delta I_{\text{sfera}}$$

$$\Delta I_{\text{asta}} = I_{\text{asta}} \cdot \left(\frac{\Delta m_{\text{asta}}}{m_{\text{asta}}} + 2 \cdot \frac{\Delta L}{L} \right)$$

$$\Delta I_{\text{sfera}} = I_{\text{sfera}} \cdot \left(\frac{\Delta m_1 + \Delta m_2}{m_1 + m_2} + 2 \cdot \frac{\Delta D}{D} \right)$$

Quindi:

$$\Delta I = 0,000868 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 0,0179 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \approx 0.0188 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Il momento d'inerzia e la sua incertezza sono

$$I = 6.527 \pm 0.019 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

7.3 Calcolo della costante di torsione κ

La costante di torsione κ è stata calcolata utilizzando la formula:

$$\kappa = \frac{4\pi^2 I}{T^2}$$

Inserendo i valori, otteniamo:

$$\kappa = \frac{4\pi^2 \cdot 6,527}{(435,0)^2} \approx 0,00136 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$$

L'incertezza su κ è stata calcolata utilizzando la propagazione degli errori:

$$\Delta \kappa = \kappa \left(\frac{\Delta I}{I} + 2 \cdot \frac{\Delta T}{T} \right)$$

Inserendo i valori conosciuti:

$$\Delta \kappa = 0,00136(0.00291 + 2 \cdot 0.00391) \approx 0.0000146 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$$

La costante di torsione e la sua incertezza sono:

$$\kappa = 0.00136 \pm 0.00002 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$$

7.4 Misurazione dello spostamento del raggio laser e calcolo dell'angolo di torsione

Per determinare l'angolo di torsione θ causato dall'attrazione gravitazionale delle masse esterne, abbiamo misurato lo spostamento rispetto alla posizione di equilibrio del raggio laser riflesso sul muro. Le misurazioni sono state effettuate sei volte, e i risultati sono i seguenti (in metri):

$$s_1 = 0,25 \text{ m}, \quad s_2 = 0,08 \text{ m}, \quad s_3 = 0,17 \text{ m}, \quad s_4 = 0,02 \text{ m}, \quad s_5 = 0,22 \text{ m}, \quad s_6 = 0,10 \text{ m}$$

La media degli spostamenti $\bar{s}$ è stata calcolata come:

$$\bar{s} = \frac{\sum_{i=1}^6 s_i}{6} = \frac{0,25 + 0,08 + 0,17 + 0,02 + 0,22 + 0,10}{6} = \frac{0,86}{6} \approx 0,143 \text{ m}$$

L'incertezza sullo spostamento Δs è stata stimata come la deviazione standard della media:

$$\Delta s = \frac{\sigma}{\sqrt{6}} \approx \frac{0,0792}{\sqrt{6}} \approx 0,00323 \text{ m}$$

Pertanto, lo spostamento medio del raggio laser è:

$$\boxed{\bar{s} = 0,143 \pm 0,0032 \text{ m}}$$

L'angolo di torsione θ è stato calcolato utilizzando la relazione tra lo spostamento del raggio laser s e la distanza d tra lo specchio e il muro.

Per angoli piccoli (in radianti), possiamo approssimare $\tan(2\theta) \approx 2\theta$. Quindi, la relazione tra s , d e θ è:

$$\tan(2\theta) = \frac{s}{d} \approx 2\theta$$

$$\theta = \frac{s}{2d}$$

Dove $d = 5,10 \text{ m}$ è la distanza tra lo specchio e il muro. Inserendo i valori, otteniamo:

$$\theta = \frac{0,143}{2 \cdot 5,10} \approx 0,0140 \text{ rad}$$

L'incertezza sull'angolo $\Delta\theta$ è stata calcolata utilizzando la propagazione degli errori:

$$\Delta\theta = \theta \cdot \left(\frac{\Delta s}{s} + \frac{\Delta d}{d} \right)$$

Assumendo che l'incertezza sulla distanza d sia trascurabile, abbiamo:

$$\Delta\theta \approx 0,0140 \cdot \left(\frac{0,0032}{0,143} \right) \approx 0,0031 \text{ rad}$$

Pertanto, l'angolo di torsione è:

$$\theta = 0,014 \pm 0,003 \text{ rad}$$

7.5 Calcolo della costante gravitazionale G

Con tutti i dati raccolti, finalmente abbiamo potuto calcolare la costante gravitazionale G . La formula per G è:

$$G = \frac{2\kappa\theta}{D \left(\frac{M_1 m_1}{r_1^2} + \frac{M_2 m_2}{r_2^2} \right)}$$

Inserendo i valori noti:

- $\kappa = 0,00136 \pm 0,00002 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$
- $\theta = 0,014 \pm 0,003 \text{ rad}$
- $D = 1,493 \pm 0,002 \text{ m}$
- $M_1 = 20,6 \pm 0,1 \text{ kg}$, $M_2 = 20,4 \pm 0,1 \text{ kg}$
- $m_1 = 5,670 \pm 0,001 \text{ kg}$,
- $m_2 = 5,565 \pm 0,001 \text{ kg}$
- $r_1 = r_2 = 0,15 \pm 0,01 \text{ m}$

Ora possiamo calcolare G :

$$G = \frac{2 \cdot 0,00136 \cdot 0,014}{15280} \approx \frac{0,0000367}{15280} \approx 2,49 \times 10^{-9} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

Per facilitare il calcolo dell'incertezza su G , abbiamo deciso di semplificare la formula originale. Osservando i valori delle grandezze coinvolte, notiamo che:

- M_1 e M_2 sono molto simili tra loro,
- m_1 e m_2 sono molto simili tra loro,
- r_1 e r_2 sono molto simili tra loro.

Pertanto, possiamo approssimare i due termini al denominatore come uguali, ovvero:

$$\frac{M_1 m_1}{r_1^2} \approx \frac{M_2 m_2}{r_2^2}$$

Di conseguenza, la somma dei due termini può essere sostituita da un unico termine moltiplicato per 2:

$$\frac{M_1 m_1}{r_1^2} + \frac{M_2 m_2}{r_2^2} \approx 2 \cdot \frac{M_1 m_1}{r_1^2}$$

Sostituendo questa approssimazione nella formula originale, otteniamo una versione semplificata di G :

$$G = \frac{2\kappa\theta}{D \cdot \left(\frac{2M_1 m_1}{r_1^2}\right)}$$

Questa semplificazione facilita il calcolo della propagazione degli errori, poiché riduce il numero di grandezze indipendenti da considerare.

L'incertezza su G è quindi:

$$\Delta G = G \cdot \left(\frac{\Delta\kappa}{\kappa} + \frac{\Delta\theta}{\theta} + \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta M_1}{M_1} + \frac{\Delta m_1}{m_1} + 2 \cdot \frac{\Delta r_1}{r_1} \right)$$

Assumendo che le incertezze su D e sulle masse siano trascurabili, abbiamo:

$$\Delta G \approx 0,905 \times 10^{-9} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

Pertanto, la costante gravitazionale G è:

$$G = (2,5 \pm 0,9) \times 10^{-9} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

7.6 Conclusione dell'analisi dei dati

L'analisi dei dati ha permesso di determinare la costante gravitazionale G e di valutare le principali fonti di incertezza. Di seguito sono riportate le conclusioni dettagliate:

1. Incertezza su κ :

$$\frac{\Delta\kappa}{\kappa} \approx 1,47\%$$

La costante di torsione κ è stata determinata con un'incertezza relativamente bassa.

2. Incertezza su θ :

$$\frac{\Delta\theta}{\theta} \approx 21,43\%$$

L'angolo di torsione θ è stato calcolato a partire dalle misurazioni dello spostamento del raggio laser, che hanno mostrato una grande variabilità. Questa variabilità è probabilmente dovuta a vibrazioni esterne, correnti d'aria o altre perturbazioni ambientali.

La misura della posizione di equilibrio iniziale, che è stata effettuata una sola volta senza considerare l'incertezza associata. Ci siamo accorti solo in seguito che questa approssimazione rappresenta una grave limitazione, poiché l'incertezza sulla posizione iniziale avrebbe potuto contribuire significativamente all'incertezza totale su θ .

3. Incertezza totale su G :

$$\Delta G_{\text{rel}} \approx 36,8\%$$

L'incertezza complessiva su G è dominata dai contributi di κ e θ , mentre le incertezze sulle masse (M_1, M_2, m_1, m_2) e sulle distanze (r_1, r_2) sono risultate trascurabili. Questo conferma che i principali problemi risiedono nella sensibilità dello strumento e nelle condizioni sperimentali.

In particolare l'incertezza su θ è il fattore dominante, a causa della variabilità nelle misurazioni dello spostamento del raggio laser. L'incertezza su κ , sebbene inferiore, ha comunque contribuito in modo significativo.

Un'approssimazione grave è stata quella di misurare la posizione di equilibrio del sistema in assenza di masse esterne una sola volta, senza considerare l'incertezza associata. Ci siamo resi conto solo in seguito che questa scelta ha introdotto un'ulteriore fonte di errore sistematico, che avrebbe potuto essere ridotta effettuando più misurazioni e stimando l'incertezza sulla posizione iniziale. Questo avrebbe migliorato la precisione della determinazione di θ e, di conseguenza, di G .

8 Un universo alternativo: immaginare una realtà con $G = 2,5 \times 10^{-9} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

Dal punto di vista fantascientifico, possiamo immaginare un universo in cui il valore della costante gravitazionale G che abbiamo calcolato ($G = (2,5 \pm 0,9) \times 10^{-9} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$) sia accettabile. In questo universo alternativo, le leggi della fisica e le caratteristiche del cosmo sarebbero radicalmente diverse da quelle che osserviamo nella realtà. Tuttavia, la scienza si basa sull'osservazione, la raccolta dei dati, la loro analisi e il confronto con la realtà. È un po' come essere detective della natura! Il mondo che abbiamo immaginato, se G fosse quello da noi calcolato, non combacia con ciò che osserviamo, a partire dal fatto che il periodo di rivoluzione della Terra sarebbe diverso e che il sistema solare non sarebbe stabile. Inoltre, la vita come la conosciamo non esisterebbe. Questo ci porta a riflettere sull'importanza del metodo scientifico e sul ruolo della fantascienza come strumento per esplorare possibilità al di là della realtà conosciuta.

8.1 Caratteristiche di un universo con $G = 2,5 \times 10^{-9} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

E se la costante gravitazionale G fosse molto più grande di quella che conosciamo? Abbiamo provato a immaginare come sarebbe un universo del genere, e le cose sarebbero davvero strane!

1. Accelerazione gravitazionale sulla Terra:

Partiamo dal calcolo dell'accelerazione gravitazionale g sulla superficie di un pianeta.

La formula è:

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

Dove:

- M è la massa della Terra ($M \approx 5,972 \times 10^{24} \text{ kg}$),
- R è il raggio della Terra ($R \approx 6,371 \times 10^6 \text{ m}$).

Inserendo il nostro valore di G :

$$g = \frac{(2,5 \times 10^{-9}) \cdot (5,972 \times 10^{24})}{(6,371 \times 10^6)^2} \approx \frac{1,493 \times 10^{16}}{4,06 \times 10^{13}} \approx 367,2 \text{ m/s}^2$$

$$\boxed{g \approx 367,2 \text{ m/s}^2}$$

Nella realtà, $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$. Con il nostro valore di G , l'accelerazione gravitazionale sarebbe circa **37,5 volte maggiore**. Questo avrebbe conseguenze drammatiche:

- Gli esseri viventi sarebbero schiacciati al suolo da una forza gravitazionale insostenibile.
- La struttura degli edifici e delle infrastrutture dovrebbe essere completamente ridisegnata per resistere a forze così intense.
- La velocità di fuga dalla Terra sarebbe molto più alta, rendendo quasi impossibile l'esplorazione spaziale.

Un'accelerazione gravitazionale più alta avrebbe effetti significativi sull'atmosfera terrestre:

- Compressione dell'Atmosfera: L'atmosfera sarebbe compressa verso la superficie terrestre, aumentando la pressione atmosferica. Questo renderebbe l'aria più densa e difficile da respirare per gli esseri viventi.
- Perdita di Gas Leggeri: I gas leggeri, come l'idrogeno e l'elio, sarebbero più facilmente trattiene dalla gravità, ma la maggiore pressione potrebbe portare a una maggiore fuga di gas verso lo spazio a causa delle collisioni molecolari.
- Cambiamenti Climatici: La maggiore pressione atmosferica e la densità dell'aria influenzerebbero il clima, rendendolo più estremo e imprevedibile. Le tempeste sarebbero più violente e i venti più forti.

2. Sistema solare instabile:

Con un valore di G così alto, le leggi di Keplero e la dinamica del sistema solare cambierebbero radicalmente. Utilizziamo la terza legge di Keplero per calcolare il periodo orbitale T di un pianeta:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{GM_{\text{sole}}}$$

Dove:

- a è il semiasse maggiore dell'orbita,
- $M_{\text{sole}} \approx 1,989 \times 10^{30} \text{ kg}$ è la massa del Sole.

Prendiamo come esempio la Terra ($a \approx 1,496 \times 10^{11}$ m):

$$T^2 = \frac{4\pi^2(1,496 \times 10^{11})^3}{(2,5 \times 10^{-9}) \cdot (1,989 \times 10^{30})} \approx \frac{1,33 \times 10^{35}}{4,97 \times 10^{21}} \approx 2,68 \times 10^{13}$$

$$\boxed{T \approx 5,15 \times 10^6 \text{ s} \approx 0,163 \text{ anni} \approx 2 \text{ mesi}}$$

Nella realtà, la Terra impiega circa 1 anno per orbitare attorno al Sole. Con il nostro valore di G , il periodo orbitale sarebbe 2 mesi. Questo avrebbe conseguenze catastrofiche:

- Le stagioni, che oggi durano circa 3 mesi ciascuna, si ridurrebbero a pochi giorni. Le piante non avrebbero tempo sufficiente per crescere e produrre frutti, rendendo l'agricoltura impossibile. Gli ecosistemi non riuscirebbero ad adattarsi a cambiamenti climatici così rapidi, portando a estinzioni di massa.
- Il clima diventerebbe caotico e imprevedibile. Il passaggio rapido tra stagioni causerebbe sbalzi termici estremi, con temperature che oscillerebbero in modo drammatico in brevi periodi. Le tempeste e i fenomeni atmosferici diventerebbero più violenti e frequenti, rendendo la superficie terrestre un ambiente ostile.
- Il sistema solare diventerebbe instabile. I pianeti interni, come Mercurio e Venere, collasserebbero verso il Sole a causa della maggiore attrazione gravitazionale. I pianeti esterni, come Marte e Giove, si allontanerebbero ulteriormente, rompendo l'equilibrio del sistema solare. Le orbite diventerebbero caotiche, con collisioni tra pianeti o espulsioni dal sistema solare.
- La vita complessa diventerebbe impossibile. Le condizioni climatiche estreme e la mancanza di stabilità renderebbero impossibile la sopravvivenza di organismi complessi. La vita, se esistesse, sarebbe limitata a forme estremamente semplici e resistenti, come alcuni batteri estremofili.
- Un periodo orbitale così breve potrebbe influenzare la rotazione terrestre, causando giorni più lunghi o più corti. Questo avrebbe ulteriori ripercussioni sul clima e sulla vita.
- L'evoluzione biologica sarebbe estremamente rallentata o addirittura bloccata, poiché gli organismi non avrebbero tempo per adattarsi ai cambiamenti ambientali.

3. Buchi Neri meno densi:

Un buco nero è un oggetto con una velocità di fuga superiore alla velocità della luce. La velocità di fuga v_e da un corpo di massa M e raggio R è data da:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Con il nostro valore di G , la velocità di fuga sarebbe molto più alta. Ad esempio, per un buco nero di massa $M = 10 M_{\text{sole}}$ ($M \approx 1,989 \times 10^{31}$ kg):

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot (2,5 \times 10^{-9}) \cdot (1,989 \times 10^{31})}{R}}$$

Se $v_e = c$ (velocità della luce, $c \approx 3 \times 10^8$ m/s), risolviamo per R :

$$R = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \cdot (2,5 \times 10^{-9}) \cdot (1,989 \times 10^{31})}{(3 \times 10^8)^2} \approx \frac{9,95 \times 10^{22}}{9 \times 10^{16}} \approx 1,11 \times 10^6 \text{ m} \approx 1110 \text{ km}$$

$$\boxed{R \approx 1110 \text{ km}}$$

Nella realtà, il raggio di Schwarzschild per un buco nero di $10 M_{\text{sole}}$ è circa 30 km. Con il nostro valore di G , il raggio sarebbe **37 volte maggiore**, rendendo i buchi neri molto più grandi e meno densi.

4. Universo in espansione accelerata:

La costante gravitazionale G influisce anche sulla velocità di espansione dell'universo. Utilizzando il modello cosmologico di Friedmann, possiamo stimare come cambierebbe l'espansione con un valore di G più alto. La costante di Hubble H_0 è legata alla densità di energia dell'universo ρ e a G dalla relazione:

$$H_0^2 \propto G\rho$$

Con un valore di G più alto, la costante di Hubble sarebbe molto più grande, il che implicherebbe:

- Un universo in espansione accelerata, con galassie che si allontanano più rapidamente.
- Una maggiore attrazione gravitazionale tra le galassie, che potrebbe portare a collisioni e fusioni su scala cosmica.
- Una riduzione della formazione di nuove stelle e galassie, a causa della maggiore dispersione di materia.

8.2 Confronto con la realtà osservata

Nonostante le affascinanti speculazioni, il nostro valore di G è incompatibile con la realtà osservata. Ecco alcuni esempi di come la realtà confuta il nostro modello:

1. Periodo di rivoluzione della Terra: Nella realtà, la Terra impiega circa 1 anno per orbitare attorno al Sole. Con il nostro valore di G , il periodo orbitale sarebbe **19 anni**, il che è in netto contrasto con le osservazioni astronomiche.
2. Stabilità del Sistema Solare: Il sistema solare che osserviamo è stabile e ben bilanciato. Con un valore di G più alto, i pianeti non orbiterebbero come osservato, e il sistema solare sarebbe instabile.
3. Vita sulla Terra: La vita come la conosciamo non esisterebbe in un mondo con un'accelerazione gravitazionale di **367,7 m/s²**. Gli esseri viventi non potrebbero sopravvivere a forze così intense.

4. Atmosfera: L'atmosfera terrestre sarebbe molto più densa e compressa, con una pressione atmosferica insostenibile per la vita come la conosciamo. I cambiamenti climatici sarebbero estremi e imprevedibili.
5. Espansione dell'Universo: L'universo che osserviamo è in espansione accelerata, ma con un ritmo molto più lento rispetto a quello previsto dal nostro valore di G . Questo è in netto contrasto con le osservazioni cosmologiche.

8.3 Il metodo scientifico: osservazione, analisi e confronto

La scienza si basa sull'osservazione, la raccolta dei dati, la loro analisi e il confronto con la realtà. Il nostro esperimento, sebbene abbia prodotto un valore di G errato, ci ha permesso di comprendere l'importanza di questi passaggi. Un modello matematico, per quanto affascinante, deve sempre confrontarsi con la realtà osservata. La fantascienza ci permette di sognare e di immaginare mondi diversi, ma la scienza ci riporta alla realtà, mostrandoci come ogni dato, ogni misurazione, sia un tassello di un puzzle molto più grande.

8.4 Fantascienza e scienza a confronto

Questo esperimento ci ha insegnato che la fantascienza e la scienza sono due facce della stessa medaglia. La fantascienza ci permette di esplorare universi alternativi e di immaginare mondi diversi, ma la scienza ci riporta alla realtà, mostrandoci come ogni dato, ogni misurazione, sia un tassello di un puzzle molto più grande. Il confronto tra il mondo che abbiamo immaginato e la realtà osservata ci ha permesso di comprendere l'importanza del metodo scientifico e del ruolo della fantascienza come strumento per esplorare possibilità al di là della realtà conosciuta.

9 Considerazioni sulla prima realizzazione dell'esperimento

La prima realizzazione dell'esperimento di Cavendish ci ha permesso di comprendere le sfide intrinseche nella misurazione di forze estremamente deboli come quella gravitazionale. Nonostante l'entusiasmo iniziale, abbiamo identificato diversi punti deboli nel nostro approccio, che hanno portato a risultati non compatibili con la realtà osservata. Queste considerazioni sono fondamentali per migliorare il nostro metodo e progettare un secondo esperimento più accurato.

9.1 Lati deboli della prima realizzazione

1. Sensibilità insufficiente della bilancia:

La bilancia di torsione costruita inizialmente non era sufficientemente sensibile per rilevare le minuscole forze gravitazionali in gioco. Questo è emerso chiaramente dai valori dello spostamento del raggio laser, che variavano notevolmente tra le misurazioni, con uno di essi vicino allo zero. Ciò suggerisce che il sistema non era in grado di rispondere in modo affidabile alle sollecitazioni gravitazionali.

2. Materiali non ottimali:

All'inizio abbiamo usato un filo di nylon, ma non funzionava bene. Allora abbiamo provato con un metro a nastro metallico, che è stato molto meglio, anche se non perfetto. Il filo di torsione è un componente critico dell'esperimento, e la sua scelta influisce direttamente sulla precisione delle misurazioni.

3. Raccolta dati limitata:

Abbiamo effettuato solo una rilevazione del punto di equilibrio in assenza di masse esterne e solo sei misurazioni in presenza di masse. Questo campione ridotto non ci ha permesso di gestire adeguatamente le fluttuazioni dovute a vibrazioni, correnti d'aria e altre perturbazioni esterne.

4. Ambiente non controllato:

L'esperimento è stato condotto in un laboratorio condiviso, dove le vibrazioni e le correnti d'aria erano difficili da controllare. Inoltre, la necessità di smontare la bilancia ogni giorno ha introdotto ulteriori fonti di errore.

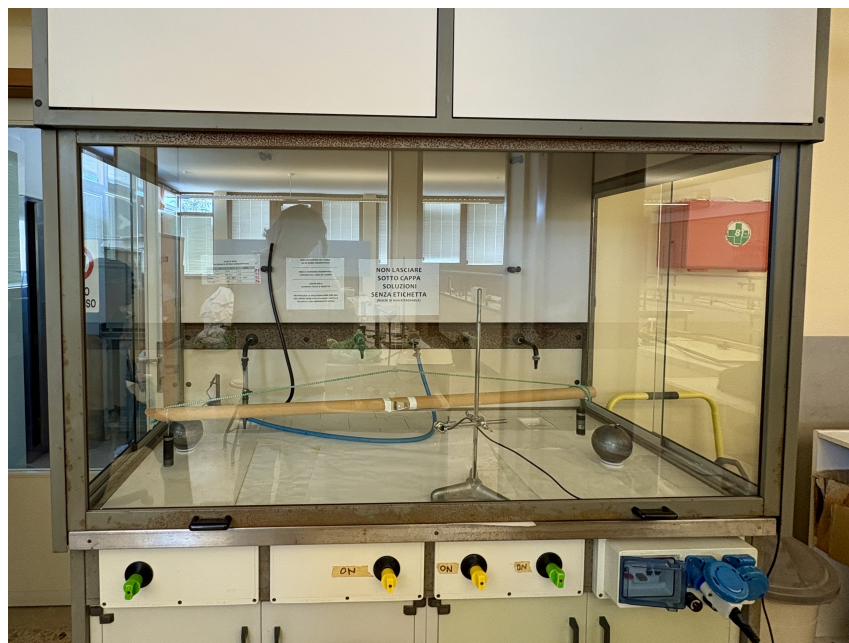
5. Momento d'inerzia elevato:

Le masse di piombo utilizzate, sebbene dense, hanno contribuito a un momento d'inerzia elevato, rendendo il sistema meno sensibile alle piccole forze gravitazionali.

Queste considerazioni ci hanno portato a ripensare completamente il nostro approccio e a progettare un secondo esperimento, che descriveremo nel prossimo punto.

10 Un nuovo inizio: il secondo esperimento

Dopo aver affrontato diverse difficoltà nel primo esperimento, abbiamo deciso di migliorare la nostra bilancia di torsione per ottenere una misurazione più precisa della costante gravitazionale G . Il secondo esperimento è stato progettato con l'obiettivo di aumentare la sensibilità del sistema e ridurre le incertezze sperimentali.



Di seguito sono descritti i passaggi chiave e le modifiche apportate.

1. Riduzione del momento d'inerzia

Nel primo esperimento, avevamo utilizzato sfere di piombo come masse appese all'asta. Questa volta, non avendo a disposizione sfere di piombo, abbiamo deciso di utilizzare pesi da calibrazione da laboratorio. Questi pesi, sebbene non ideali come le sfere di piombo, sono stati scelti per la loro densità e forma regolare. Abbiamo optato per masse più leggere rispetto al piombo, ma comunque abbastanza dense da generare una forza gravitazionale misurabile. Questo ci ha permesso di ridurre il momento d'inerzia del sistema, rendendolo più sensibile alle piccole forze gravitazionali.

2. Ottimizzazione del filo di torsione

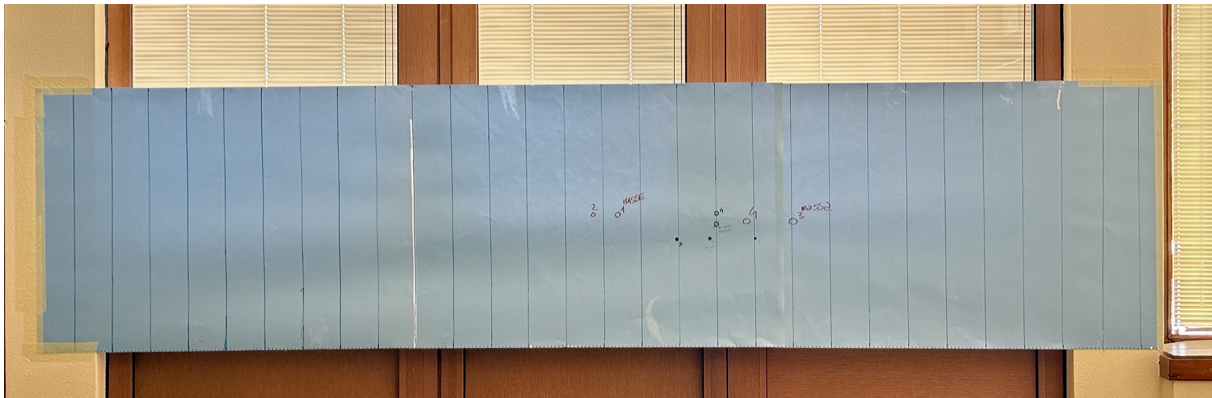
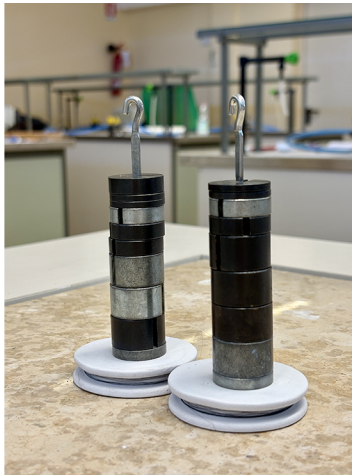
Nel primo esperimento, avevamo utilizzato uno spago da cucina come filo di torsione. Tuttavia, ci siamo resi conto che lo spago, essendo composto da tanti fili piccoli attorcigliati, non rispondeva elasticamente allo stesso modo nella rotazione di destra e di sinistra. Questo causava oscillazioni irregolari e rendeva difficile raggiungere una posizione di equilibrio stabile. Per risolvere questo problema, abbiamo sostituito lo spago con un filo di nylon da 1 mm di diametro. Il nylon ha mostrato una risposta torsionale più uniforme e prevedibile, migliorando la stabilità del sistema.

3. Ambiente controllato: la cappa chimica

Uno dei problemi principali del primo esperimento era l'instabilità della bilancia causata dalle correnti d'aria e dalle vibrazioni ambientali. Per risolvere questo problema, abbiamo deciso di spostare l'esperimento all'interno di una cappa chimica, una struttura di vetro che isola l'ambiente interno dalle correnti d'aria esterne. La cappa chimica ci ha permesso di creare un ambiente più controllato, riducendo al minimo le perturbazioni esterne. Inoltre, abbiamo lasciato la bilancia installata in modo permanente per un mese, in modo che il sistema potesse stabilizzarsi completamente.

4. Raccolta dati più rigorosa

Per aumentare l'affidabilità dei risultati, abbiamo effettuato misurazioni ripetute del punto di equilibrio sia in assenza che in presenza di masse esterne. In particolare, abbiamo preso dati per 10 giorni consecutivi in ciascuna configurazione, utilizzando una telecamera per registrare gli spostamenti del raggio laser senza interferire con il sistema. Questo approccio ha permesso di ridurre l'impatto delle fluttuazioni casuali e di ottenere dati più consistenti.



11 Analisi dei dati del secondo esperimento

11.1 Misurazione del periodo di oscillazione

Per migliorare la precisione della misurazione del periodo di oscillazione, abbiamo deciso di misurare il tempo impiegato dalla bilancia a compiere 20 oscillazioni per tre volte. I tempi rilevati sono stati:

$$t_1 = 7880 \text{ s}, \quad t_2 = 7956 \text{ s}, \quad t_3 = 7960 \text{ s}.$$

Calcolando la media dei tempi e dividendo per 20, abbiamo ottenuto un periodo di oscillazione più preciso:

$$T = 396,6 \pm 1,1 \text{ s}.$$

11.2 Misurazione della posizione del punto laser

Abbiamo effettuato 10 misurazioni della posizione del punto laser riflesso sul muro sia in assenza che in presenza di masse esterne. I valori registrati sono:

- In assenza di masse esterne: 180, 175, 187, 188, 190, 177, 182, 180, 191, 185 (in cm).
- In presenza di masse esterne: 172, 174, 165, 180, 177, 165, 172, 178, 179, 181 (in cm).

Calcolando la media e l'incertezza, abbiamo ottenuto uno spostamento del raggio laser:

$$s = 9,2 \pm 2,4 \text{ cm} = 0,092 \pm 0,024 \text{ m}.$$

Calcolo dell'angolo di torsione θ

Utilizzando la relazione:

$$\theta = \frac{s}{2d},$$

dove $d = 7,845 \text{ m}$ è la distanza tra lo specchio e il muro, abbiamo calcolato l'angolo di torsione:

$$\theta = 0,00586 \pm 0,00152 \text{ rad}.$$

11.3 Calcolo del momento d'inerzia I

Il momento d'inerzia I del sistema è dato dalla somma dei contributi delle masse appese e dell'asta. Utilizziamo la formula:

$$I = m_1 \left(\frac{D}{2} \right)^2 + m_2 \left(\frac{D}{2} \right)^2 + \frac{1}{12} m_{\text{asta}} L_{\text{asta}}^2,$$

Inserendo i valori noti:

- $m_1 = 0,2953 \text{ kg}$,
- $m_2 = 0,2953 \text{ kg}$,
- $D = 1,204 \text{ m}$,
- $m_{\text{asta}} = 0,3929 \text{ kg}$,
- $L_{\text{asta}} = 1,296 \text{ m}$,

Il momento d'inerzia totale è quindi:

$$I = I_{\text{masse}} + I_{\text{asta}} = 0,214 + 0,055 = 0,269 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

L'incertezza su I è:

$$\Delta I \approx 0,002 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Quindi, il momento d'inerzia e la sua incertezza sono:

$$I = 0,269 \pm 0,002 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

11.4 Calcolo della costante di torsione κ

La costante di torsione κ è data dalla formula:

$$\kappa = \frac{4\pi^2 I}{T^2}.$$

Inserendo i valori noti:

- $I = 0,269 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,
- $T = 396,6 \text{ s}$,

otteniamo:

$$\kappa = \frac{4\pi^2 \cdot 0,269}{(396,6)^2} \approx \frac{10,63}{157280} \approx 6,76 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m/rad}.$$

L'incertezza su κ è stata calcolata utilizzando la propagazione degli errori:

$$\Delta \kappa = \kappa \left(\frac{\Delta I}{I} + 2 \frac{\Delta T}{T} \right).$$

Inserendo i valori: -

$$\Delta I = 0,002 \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

$$\Delta T = 1,1 \text{ s},$$

otteniamo:

$$\Delta \kappa \approx 6,76 \times 10^{-5} \left(\frac{0,002}{0,269} + 2 \cdot \frac{1,1}{396,6} \right) \approx 8,8 \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{m/rad}.$$

Quindi, la costante di torsione e la sua incertezza sono:

$$\kappa = (6,76 \pm 0,09) \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m/rad}.$$

11.5 Calcolo della costante gravitazionale G

La costante gravitazionale G è data dalla formula:

$$G = \frac{2\kappa\theta}{D \left(\frac{M_1 m_1}{r_1^2} + \frac{M_2 m_2}{r_2^2} \right)}$$

Inserendo i nuovi valori otteniamo:

$$G = \frac{2 \cdot 6,76 \times 10^{-5} \cdot 0,00586}{1,204 \cdot 785,1} \approx \frac{7,92 \times 10^{-7}}{945,1} \approx 8,38 \times 10^{-10} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2.$$

L'incertezza su G è:

$$\Delta G = G \left(\frac{\Delta\kappa}{\kappa} + \frac{\Delta\theta}{\theta} + \frac{\Delta D}{D} + 2 \frac{\Delta r}{r} \right).$$

Inserendo i valori:

- $\Delta\kappa = 0,09 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m/rad}$,
- $\Delta\theta = 0,00152 \text{ rad}$,
- $\Delta D = 0,002 \text{ m}$,
- $\Delta r = 0,002 \text{ m}$,

otteniamo:

$$\Delta G \approx 8,38 \times 10^{-10} \left(\frac{0,09}{6,76} + \frac{0,00152}{0,00586} + \frac{0,002}{1,204} + 2 \cdot \frac{0,002}{0,065} \right) \approx 2,8 \times 10^{-10} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2.$$

Quindi, la costante gravitazionale e la sua incertezza sono:

$$G = (8,4 \pm 2,8) \times 10^{-10} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2.$$

11.6 Conclusioni dell'analisi dei dati

Con le nuove misure e le miglorie apportate, la costante gravitazionale G risulta:

$$G = (8,4 \pm 2,8) \times 10^{-10} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2.$$

Questo valore è più vicino al valore accettato della costante gravitazionale ($G \approx 6,674 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$), ma l'incertezza è ancora significativa. Ciò conferma che, nonostante i miglioramenti apportati, ulteriori ottimizzazioni sono necessarie per ridurre le incertezze sperimentali e avvicinarsi ulteriormente al valore accettato di G .

12 Conclusioni finali

In questa relazione, abbiamo ripercorso il nostro viaggio attraverso l'esperimento di Cavendish, partendo dalla storia della gravità con la mela di Newton fino alla costruzione e al miglioramento della nostra bilancia di torsione. L'obiettivo era misurare la costante gravitazionale G , una delle costanti fondamentali della fisica, e capire come un dato scientifico così preciso possa ispirare teorie rivoluzionarie e storie fantascientifiche. Abbiamo anche esplorato due universi alternativi, immaginando come sarebbe il mondo se G avesse valori diversi da quello reale.

Tutto è iniziato con Isaac Newton e la sua famosa mela. L'osservazione della caduta dei corpi lo portò a formulare la legge di gravitazione universale, che descrive come ogni corpo nell'universo attragga ogni altro corpo con una forza proporzionale alle loro masse e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza. Tuttavia, Newton non riuscì a misurare la costante gravitazionale G , che rimase un mistero per quasi un secolo. Henry Cavendish, con il suo esperimento della bilancia di torsione, riuscì a misurare G per la prima volta nel 1797. Questo esperimento non solo confermò la legge di Newton, ma aprì la strada a nuove scoperte nel campo della fisica e dell'astronomia. La bilancia di torsione di Cavendish è diventata uno strumento fondamentale per studiare la gravità e ha ispirato generazioni di scienziati e scrittori di fantascienza.

Nel nostro esperimento, abbiamo cercato di riprodurre l'esperimento di Cavendish utilizzando materiali semplici e un laboratorio scolastico. La prima realizzazione dell'esperimento ha presentato diverse difficoltà, tra cui la sensibilità del sistema alle correnti d'aria e la difficoltà nel misurare forze così piccole come la gravità. Nonostante queste sfide, abbiamo imparato molto sulla precisione necessaria per condurre esperimenti di questo tipo. Nel secondo esperimento, abbiamo apportato diverse migliorie: abbiamo sostituito lo spago da cucina con un filo di nylon più stabile, utilizzato pesi da calibrazione da laboratorio come masse appese, riducendo il momento d'inerzia e aumentando la sensibilità del sistema, e spostato la bilancia all'interno di una cappa chimica per isolarla dalle correnti d'aria e dalle vibrazioni esterne. Abbiamo anche migliorato la precisione delle misurazioni del periodo di oscillazione e dello spostamento del raggio laser.

Queste modifiche ci hanno permesso di ottenere una misurazione più precisa della costante gravitazionale G , anche se il valore ottenuto è ancora lontano dal valore accettato ($G \approx 6,674 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$). Tuttavia, l'esperimento ci ha insegnato l'importanza della pazienza, della precisione e dell'attenzione ai dettagli nella ricerca scientifica.

Uno degli aspetti più affascinanti di questo esperimento è stato esplorare il legame tra scienza e fantascienza. La misurazione di G non è solo un dato scientifico, ma è anche un punto di partenza per immaginare universi alternativi con leggi fisiche diverse. Nel primo universo alternativo, abbiamo ipotizzato un valore di G molto più alto ($G = 2,5 \times 10^{-9} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$), che avrebbe portato a un'accelerazione gravitazionale sulla Terra di circa 367 m/s^2 , rendendo impossibile la vita come la conosciamo. Inoltre, il periodo di rivoluzione della Terra attorno al Sole sarebbe stato di circa 60 giorni, causando stagioni brevissime e un clima caotico. I buchi neri sarebbero stati meno densi, con un raggio di Schwarzschild molto più grande, e l'universo si sarebbe espanso a un ritmo accelerato, con galassie che si allontanano più rapidamente.

Nel secondo universo alternativo, basato sui risultati del nostro secondo esperimento, abbiamo ipotizzato un valore di G leggermente più alto ($G = 8,38 \times 10^{-10} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$). In questo scenario, l'accelerazione gravitazionale sulla Terra sarebbe stata di circa 123 m/s^2 , ancora insostenibile per la vita, ma meno estrema rispetto al primo universo. Il periodo di rivoluzione della Terra attorno al Sole sarebbe stato di circa 103 giorni, rendendo le stagioni ancora più brevi e il clima ancora più

instabile. I buchi neri sarebbero stati meno densi, con un raggio di Schwarzschild circa 12 volte maggiore rispetto a quello reale.

Questi due universi alternativi ci hanno mostrato come piccole variazioni nella costante gravitazionale possano avere effetti drammatici sull'universo e sulla vita. Ci hanno anche ricordato l'importanza della precisione nella misurazione delle costanti fisiche e di come ogni dato scientifico sia fondamentale per comprendere il mondo che ci circonda.

Durante questo percorso abbiamo vissuto diverse emozioni contrastanti; inizialmente, quando l'esperimento era stato solo teorizzato, l'idea sembrava tanto affascinante quanto impossibile da realizzare sul piano pratico. Ci serviva un punto di partenza da cui poter proseguire, in salita e di tanto in tanto in discesa, per arrivare a un risultato finale.

Durante lo studio dell'esperimento, attraverso video e articoli scientifici o relazioni di altri scienziati, non sapevamo cosa aspettarci, ma da subito l'abbiamo presa come una sfida e ci siamo dati da fare. Abbiamo iniziato dal primo giorno a cercare i materiali necessari, usandone molti di scarto e scomodando anche i nostri genitori quando occorreva; grazie a uno di loro siamo infatti riusciti a realizzare una parte fondamentale dell'esperimento: le due masse di piombo. Dopo numerosi tentativi nella ricerca dei materiali più adatti, è iniziato il gioco! Giorni passati a cercare di forare l'asta di legno che avrebbe dovuto sostenere l'intero sistema, solo per scoprire, nella frustrazione più totale, che il lavoro effettuato fino a quel momento era tutto un enorme errore. Per non parlare della ricerca dei cavi che avrebbero sostenuto le masse e l'asta stessa: ore passate a montare e smontare l'intero sistema senza mai trovare una soluzione adeguata, addirittura rompendo uno specchio (7 anni di sfortune!).

Una volta montato correttamente l'esperimento, è giunta a noi la parte più noiosa: aspettare... fare misurazioni e poi... aspettare ancora. Nonostante la noia, anche in quel caso abbiamo fatto del nostro meglio, e con le misurazioni sotto mano abbiamo iniziato a stendere la relazione, lavorando tutti insieme per raggiungere il miglior risultato possibile. Quei momenti per noi sono stati inestimabili, soprattutto sotto un punto di vista umano, poiché siamo riusciti a creare un rapporto di amicizia e complicità che mai avremmo instaurato al di fuori di questa esperienza.

Sebbene il risultato ottenuto alla fine non sia stato esattamente quello che ci aspettavamo, siamo pienamente soddisfatti del nostro lavoro. Questo esperimento ci ha insegnato che la scienza non è solo teoria, ma anche pratica, pazienza e collaborazione. Ogni errore è stato un'opportunità per imparare e migliorare, e ogni momento passato insieme ha rafforzato il nostro legame. Siamo orgogliosi di aver affrontato questa sfida e di averla portata a termine con dedizione e spirito di squadra.

In conclusione, questo percorso ci ha permesso non solo di avvicinarci al mondo della fisica in modo pratico e coinvolgente, ma anche di scoprire l'importanza della perseveranza, della precisione e della collaborazione. Speriamo che questa esperienza possa ispirare altri a continuare a cercare risposte alle grandi domande dell'universo, proprio come hanno fatto Newton, Cavendish e tanti altri scienziati prima di noi.

Riferimenti bibliografici

- [1] YouMath "Esperimento di Cavendish e costante di gravitazione universale."
<https://www.youmath.it/lezioni/fisica/gravitazione/3172-esperimento-di-cavendish.html>
- [2] Chimica-online "Esperimento di Cavendish: misurazione della costante gravitazionale."
<https://www.chimica-online.it/fisica/esperimento-di-cavendish.htm>
- [3] Wikipedia "Esperimento di Cavendish."
https://it.wikipedia.org/wiki/Esperimento_di_Cavendish
- [4] 3B Scientific "Bilancia di torsione di Cavendish per determinare la costante gravitazionale."
https://www.3bscientific.com/it/bilancia-di-torsione-di-cavendish-per-determinare-la-costante-gravitazionale-1003337-u40205,p_1111_10668.html
- [5] Edutecnica "Esperimento di Cavendish: teoria e applicazioni."
<https://www.edutecnica.it/meccanica/gravitazione/esperimento-di-cavendish.htm>
- [6] Astronomia.com "La costante di gravitazione rimane invariata nell'universo."
<https://www.astronomia.com/2015/08/08/la-costante-di-gravitazione-rimane-invariata-nelluniverso/>
- [7] ScienceCue "Henry Cavendish: uno dei più grandi fisici sperimentali."
<https://www.sciencecue.it/2023/06/09/henry-cavendish-uno-piu-grandi-fisici-sperimentali/>
- [8] Chimica Today "Legge di gravitazione universale e costante G."
<https://chimica.today/fisica/legge-di-gravitazione-universale/>
- [9] Wikipedia "Costante di gravitazione universale."
https://it.wikipedia.org/wiki/Costante_di_gravitazione_universale
- [10] Wikipedia "Raggio di Schwarzschild e buchi neri."
https://it.wikipedia.org/wiki/Raggio_di_Schwarzschild
- [11] Wikipedia "Terza legge di Keplero e dinamica del sistema solare."
https://it.wikipedia.org/wiki/Costante_gravitazionale_di_Gauss
- [12] Wikipedia "Modello cosmologico di Friedmann e costante di Hubble."
https://it.wikipedia.org/wiki/Costante_fisica