

NUOVI E VECCHI STRUMENTI
PER INDAGARE I FENOMENI IN NATURA
Il laboratorio tra tradizione e innovazione

Firenze, 22 – 23 aprile 2026

SEZIONE TESINE TRIENNIO

Menzione d'onore

Sulle orme di Galileo: misurare g tra passato e presente

Studenti

Bovo Giovanni - Spada Giovanni - Salvato Riccardo

Marioni Leonardo - Mulfari Pietro

Classe 3A

Istituto di Istruzione Superiore

Liceo scientifico Istituto Don Bosco

Padova (PD)

Docente Coordinatore

Poli Elisabetta

Gli studenti affrontano un tema classico, la misura di g, attraverso attività sperimentali normalmente sviluppate nei laboratori scolastici (pendolo semplice e macchina Atwood), ma che consentono un confronto tra nuovi e vecchi strumenti. Il lavoro è condotto con precisione e rigore, con attenzione critica alle condizioni operative e ai limiti sperimentali. Particolarmente significativi i richiami storici e i riferimenti diretti ai testi di Galileo nell'allestimento degli apparati sperimentali.

Relazione del docente

Il progetto che ho il piacere di presentare nasce dalla scommessa di trasformare un numero astratto, quel 9,81 che riempie i libri di fisica, in una realtà conquistata sul campo. Cinque studenti della classe 3^A del Liceo Scientifico Tradizionale dell'Istituto Don Bosco di Padova hanno accettato la sfida di risalire alle origini della fisica sperimentale, di abbandonare per un po' le certezze tecnologiche ed immergersi nell'atmosfera della Filosofia Naturale del 1600. L'obiettivo non è stato solo di cercare di calcolare l'accelerazione gravitazionale g , ma di ripercorrere i passi di Galileo Galilei proprio qui, nella sua Padova, adottando il suo stesso sguardo curioso sulla natura.

Fin dai primi martedì di ottobre, il nostro laboratorio si è trasformato in una vera officina galileiana. Ho visto i ragazzi trasformarsi da studenti in "cercatori", impegnati a costruire i propri strumenti con materiali semplici, proprio come accadeva nel "quaderno di laboratorio" del grande scienziato. La prima tappa del percorso è stata il pendolo semplice. Ispirandosi alle osservazioni di Galileo sulla lampada del Duomo di Pisa, gli studenti si sono scontrati con la misura del tempo. È stato interessante vederli scoprire l'isocronismo e comprendere come un filo e una massa possano diventare uno strumento di misura. Hanno affrontato il problema con pazienza, rendendosi conto di quanto fosse arduo per Galileo ottenere "esattissime misure" senza i cronometri digitali che oggi diamo per scontati.

Il percorso è poi proseguito verso la guidovia della scuola, ispirandoci dagli scritti di Galileo con l'intento di "rallentare il moto" per renderlo finalmente misurabile. Per affinare la nostra indagine, abbiamo scelto di evolvere l'esperienza del piano inclinato verso una configurazione più elaborata: la macchina di Atwood con un sistema di masse collegate. Questo passaggio ci ha permesso di proiettarci alla fine del 1700, quando la fisica passò dalla descrizione cinematica del movimento all'applicazione delle leggi della dinamica. In questa fase abbiamo deciso di introdurre la tecnologia moderna: l'utilizzo di fotocellule e cronometri digitali ci ha permesso di misurare il tempo con una sensibilità che Galileo poteva solo immaginare.

Ma quando i primi dati raccolti non restituivano il valore teorico che gli studenti si aspettavano, abbiamo vissuto i momenti più intensi del progetto. I ragazzi tuttavia non si sono arresi: si sono incoraggiati a vicenda, hanno ragionato sulle leggi e sui dati raccolti, scoprendo che la fisica reale nasconde dei particolari che la teoria studiata in classe spesso semplifica. In quei pomeriggi, citando Salviati nei *Discorsi*, si sentivano veramente "compagni nell'errore", comprendendo che lo sbaglio non è un fallimento, ma un indizio fondamentale del metodo scientifico.

Come docente, vivere questo percorso da ottobre a febbraio mi ha regalato una prospettiva nuova sui miei studenti. Li ho visti ridere, discutere animatamente e infine emozionarsi davanti a dei dati che finalmente avevano un senso. Hanno imparato che la scienza richiede perseveranza e collaborazione, e che ogni membro del gruppo, con le proprie attitudini, è indispensabile per il successo comune.

Questo progetto ha dimostrato quindi che le "sensate esperienze" sono ancora il motore più potente per accendere il desiderio di conoscenza. Vedere i ragazzi mettersi in gioco, cercando una relazione autentica con me docente, è il risultato più prezioso. Questo progetto non ha solo prodotto un valore numerico per g , ma ha anche acceso in questi giovani la voglia di interrogare l'universo con rigore, onestà e curiosità.

Sulle orme di Galileo: misurare g tra passato e presente

Indice

1. Introduzione.....	1
2. Obiettivi dell'esperimento	1
3. Teoria dell'esperimento	2
3.1. Le leggi del pendolo di Galileo	2
3.1.1 Il moto armonico e la misura del tempo	2
3.1.2. Calcolo dell'accelerazione di gravità g	3
3.2. Fisica della guidovia (masse collegate).....	3
4. Materiali e strumenti.....	4
4.1. Materiali e strumenti per esperimento del pendolo semplice.....	4
4.2. Materiali per costruire l'orologio ad acqua	4
4.3. Materiali per la guidovia	4
5. Costruzione dell'apparato sperimentale	5
5.1. Realizzazione dei pendoli semplici per la verifica dell'isocronismo	5
5.2. Costruzione dell'orologio ad acqua.....	5
5.3. Realizzazione del pendolo semplice per il calcolo di g	7
5.4. Realizzazione dell'apparato strumentale per la guidovia.....	8
6. Raccolta ed analisi dei dati	9
6.1. Verifica dell'isocronismo.....	9
6.2. Orologio ad acqua	10
6.3. Calcolo di g dal pendolo semplice	11
6.4. Calcolo di g dalla guidovia	12
8. Conclusioni finali	13
6.5. Uno sguardo a strumenti futuri	14
9. Allegati	16
10. Sitografia e bibliografia.....	16

1. Introduzione

Il numero 9,81 è una presenza fissa nelle nostre ore di fisica: è quella costante, l'accelerazione gravitazionale g , che inseriamo in quasi ogni problema senza pensarci troppo. Ma da dove arriva davvero questo valore? In occasione del concorso "ScienzaFirenze", il cui tema è "Nuovi e vecchi strumenti per indagare la natura", abbiamo deciso di smettere di dare questo dato per scontato e di provare noi stessi a calcolarlo.

Il nostro progetto è iniziato con un'immersione nella storia, a partire dalla Biblioteca Universitaria di Fisica e Astronomia dell'Università di Padova, dove abbiamo scoperto testi antichi che descrivevano come la fisica classica sia nata proprio qui, grazie a Galileo Galilei. Abbiamo scoperto che molti dei suoi esperimenti, come quelli sul pendolo semplice, sono nati quasi "a caso", osservando fenomeni quotidiani come l'oscillazione di una lampada nel Duomo di Pisa.

Ci siamo chiesti: è possibile misurare g usando solo un filo e una massa? La formula del periodo del pendolo ci dice di sì, ma metterla in pratica ci ha fatto scontrare con la realtà del XVII secolo. Galileo non aveva cronometri digitali, doveva affidarsi a strumenti da lui pensati come l'orologio ad acqua o il battito del proprio polso. Abbiamo così capito che la nostra vera sfida non era solo calcolare una costante fisica, ma rispondere a una domanda più complessa: come si misura il tempo?

Per confrontare il "vecchio" con il "nuovo", siamo passati dalla semplicità del filo alla tecnologia del nostro laboratorio scolastico, utilizzando la guidovia ad aria, applicando le leggi della dinamica a un sistema di masse collegate. In questa fase abbiamo deciso di utilizzare gli strumenti moderni per la misurazione del tempo.

Infine, abbiamo pensato di concludere il nostro progetto rivolgendo lo sguardo oltre il passato e il presente. Se Galileo ha iniziato con un filo e noi abbiamo proseguito con le fotocellule, quali sono gli strumenti più sofisticati che oggi, o nel prossimo futuro, ci permettono di misurare g con un'altissima precisione?

2. Obiettivi dell'esperimento

L'obiettivo della nostra ricerca è stato quello di calcolare l'accelerazione di gravità g .

Abbiamo utilizzato due approcci diversi, mettendo a confronto gli strumenti antichi con la tecnologia moderna a nostra disposizione. In particolare:

1. Abbiamo utilizzato due pendoli semplici di diverso materiale per verificare la legge dell'isocronismo di Galileo. In questa fase abbiamo costruito un orologio ad acqua, basandoci sulle descrizioni trovate negli scritti di Galileo, al fine di avere uno strumento coerente con l'epoca, che trasformasse il peso della massa d'acqua in una misura del tempo.

Successivamente, sempre attraverso il pendolo semplice e l'orologio ad acqua, abbiamo utilizzato questa strumentazione per il calcolo di g, modificando le lunghezze del filo.

2. Per un calcolo più attuale, ci siamo spostati sulla guidovia ad aria del laboratorio della scuola. Qui l'obiettivo è stato calcolare g applicando le leggi della dinamica. Abbiamo analizzato come l'accelerazione del sistema dipenda non solo dalla gravità, ma dal rapporto tra le masse dei due corpi (quello sulla guida e quello sospeso). In questa fase abbiamo utilizzato fotocellule e cronometri digitali per ottenere dati molto più precisi rispetto a quelli del passato.

3. Teoria dell'esperimento

3.1. Le leggi del pendolo di Galileo

Il pendolo semplice è un sistema fisico composto da una massa m appesa a un filo inestensibile di lunghezza L , fissato a un'estremità e libero di oscillare sotto l'azione della forza di gravità.

Galileo Galilei arrivò a definire le leggi fondamentali che regolano il moto del pendolo:

1. Isocronismo: i pendoli di uguale lunghezza compiono le loro oscillazioni nello stesso tempo, indipendentemente dalla loro ampiezza (per angoli piccoli).
2. Indipendenza dalla massa: il periodo di oscillazione non dipende dal materiale o dal valore della massa appesa, ma solo dalla lunghezza del filo. Sfruttando l'approssimazione per piccole oscillazioni (sotto i 10°), abbiamo trattato il moto come armonico e utilizzato la formula inversa del periodo per ricavare g, dopo aver cronometrato un numero elevato di oscillazioni per minimizzare l'errore.

3.1.1 Il moto armonico e la misura del tempo

Sebbene la traiettoria sia un arco di circonferenza, per piccole oscillazioni (angoli inferiori a 10°) il moto può essere approssimato a un moto armonico semplice. In questa condizione, la componente della forza peso che agisce lungo l'arco è proporzionale allo spostamento, rendendo la traiettoria quasi rettilinea.

Analizzando le diverse fonti, abbiamo scoperto che Galileo non arrivò mai a scrivere la formula con 2π (che fu formalizzata solo più tardi da Huygens), ma comprese che il rapporto tra i tempi delle vibrazioni è in proporzione "suddupla" (radice quadrata) rispetto alle lunghezze dei fili.

La legge che lega il periodo di oscillazione T (il tempo necessario per un'andata e un ritorno completi) alla g è stata definita per la prima volta da Christian Huygens:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

T: periodo (secondi)

L: lunghezza del filo (metri)

g: accelerazione di gravità (m/s²)

3.1.2. Calcolo dell'accelerazione di gravità g

Poiché il nostro obiettivo è ricavare il valore di g, utilizziamo la formula inversa derivata da quella del periodo:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

Per ridurre l'errore sperimentale, non abbiamo misurato il tempo di una singola oscillazione, ma calcolato la media su un numero elevato di passaggi, proprio come suggeriva Galileo.

3.2. Fisica della guidovia (masse collegate)

Il sistema sulla guidovia si basa sul secondo principio della dinamica applicato a una configurazione di masse collegate da un filo inestensibile, simile alla macchina di Atwood.

Il sistema è composto da due masse collegate da un filo inestensibile: una massa m_1 (carrello) trasla orizzontalmente e una massa m_2 (massa sospesa attraverso una carrucola ideale) cade verticalmente sotto l'azione della forza peso.

Le leggi che regolano il moto derivano dal secondo principio della dinamica:

$$T = m_1 a$$

$$P - T = m_2 a$$

T: tensione del filo (N)

P: forza peso (N)

a: accelerazione del carrello (m/s²)

g: accelerazione di gravità (m/s²)

Mettendo in sistema le due leggi ed isolando g, si trova la formula per il calcolo dell'accelerazione gravitazionale:

$$g = \frac{(m_1 + m_2)a}{m_2}$$

Poiché il sistema è soggetto a una forza costante, si muove di moto uniformemente accelerato. Lo spostamento partendo da fermo è legato al tempo t dalla relazione:

$$s = \frac{1}{2} a t^2$$

Da cui si ricava la formula dell'accelerazione del carrello:

$$a = \frac{2s}{t^2}$$

4. Materiali e strumenti

4.1. Materiali e strumenti per esperimento del pendolo semplice

Nella seconda fase l'orologio ad acqua è diventato il nostro strumento per la misurazione del tempo.

MATERIALI	STRUMENTI
Sfera in Acciaio S235JR, grezzo (<i>Grave</i>) $\phi = 80 \text{ mm}$ $m = 2086 \text{ g}$	Bilancia tecnica
Sfera in Legno di Faggio Piena, (<i>Leggera</i>) $\phi = 80 \text{ mm}$ $m = 200 \text{ g}$	Metro a nastro
Filo di acciaio inossidabile $\phi = 0,5 \text{ mm}$	Orologio ad acqua
Asta di supporto da laboratorio	Cronometro digitale
Supporto in legno usato come riferimento per garantire lo stesso angolo di partenza (10°)	Goniometro

4.2. Materiali per costruire l'orologio ad acqua

MATERIALI	STRUMENTI
Secchio in plastica (utilizzato come serbatoio d'acqua nel 1° tentativo)	Bilancia tecnica
Buretta in vetro dritta (utilizzato come rubinetto per il serbatoio ad acqua nel 1° tentativo?)	Cronometro digitale
Silicone per sigillare le giunzioni	
Sostegno di laboratorio	
Trapano	
Becher di vetro da 500 ml per raccogliere l'acqua	
Cisterna di plastica da 10 litri, dotata di un rubinetto integrato (utilizzato come serbatoio d'acqua nel 2° tentativo)	

4.3. Materiali per la guidovia

MATERIALI	STRUMENTI
Guidovia a cuscino d'aria	Asta millimetrata
Carrello $m = 375 \text{ g}$	Timer
Portapesi e pesetti $m = 25,6 \text{ g}$	Bilancia tecnica
Carrucola	
Filo inestensibile	
Compressore	
N° 2 fotocellule	

5. Costruzione dell'apparato sperimentale

5.1. Realizzazione dei pendoli semplici per la verifica dell'isocronismo

Per testare se il periodo di oscillazione fosse davvero indipendente dalla massa, abbiamo realizzato due pendoli seguendo le indicazioni galileiane. Galileo descrive di aver utilizzato due palle, "una di piombo ed una di sughero", appese a due spaghetti (fili) uguali, per osservare che, nonostante la differenza di peso, "camminano con passo egualissimo".

Seguendo i testi originali, abbiamo scelto due sfere di materiali molto diversi: una in acciaio e una in legno. Abbiamo cercato sfere di diametro uguale affinché l'impedimento dell'aria, che Galileo considerava l'unico vero fattore di disturbo per l'isocronismo, agisse in modo comparabile su entrambi i corpi. Abbiamo quindi tagliato e fissato i fili in modo che la lunghezza L fosse identica per entrambi i pendoli.



Per assicurarci che i due pendoli partissero dalla stessa altezza, abbiamo costruito due strutture di riferimento in legno da porre dietro ai due pendoli. Su questa struttura abbiamo segnato, utilizzando un goniometro, l'angolo di 10° dalla perpendicolare per definire il punto di partenza del nostro pendolo. Lasciando poi le sfere andare simultaneamente, abbiamo misurato il tempo di oscillazione di entrambi i pendoli.

5.2. Costruzione dell'orologio ad acqua

Per ripercorrere le orme di Galileo, abbiamo dovuto affrontare il suo stesso problema: come misurare con precisione brevi intervalli di tempo senza l'uso di strumenti digitali? Abbiamo quindi deciso di costruire un orologio ad acqua, uno strumento che trasforma una misura di massa in una misura temporale.

La costruzione dell'orologio non è stata immediata: abbiamo dovuto progettare tre diverse versioni prima di ottenerne una funzionale, scontrandoci con le difficoltà pratiche nella realizzazione dello strumento.

Il nostro primo tentativo è consistito nel modificare un comune secchio di plastica per trasformarlo in un serbatoio. Seguendo le descrizioni storiche che parlano di un "sottile cannellino saldato nel fondo", abbiamo praticato un foro alla base del secchio della stessa circonferenza della buretta. Il problema principale è emerso nella fase di fissaggio: abbiamo inserito la buretta e cercato di isolare il punto di contatto con silicone. Tuttavia, nonostante i ripetuti tentativi, l'acqua continuava a filtrare dai bordi. Non potendo garantire la costanza del "sottile filo d'acqua" necessaria per ottenere "esattissime misure", abbiamo deciso di abbandonare questo primo prototipo per ricercare una soluzione alternativa.



Abbiamo quindi capito che il problema non era solo l'impermeabilizzazione, ma la qualità del flusso d'acqua in uscita. Per questo siamo passati a una cisterna di plastica da 10 litri, dotata di un rubinetto integrato.



Tuttavia, ci siamo scontrati con un nuovo problema. Le fonti galileiane spiegano che per ottenere "esattissime misure" del tempo, l'acqua deve scorrere in un "sottile filo" attraverso un "sottile cannellino". Il rubinetto della cisterna, da solo, non era ideale: il getto era troppo turbolento e la portata non risultava costante, il che avrebbe reso inaffidabile il rapporto tra massa d'acqua e tempo.

Per risolvere il problema, abbiamo applicato una pipetta al rubinetto della cisterna, fissandola con delle fascette da elettricista. Questa pipetta ha svolto la funzione del "cannellino" descritto da Galileo, stabilizzando il flusso.

Abbiamo inoltre adottato la seguente strategia: rubinetto sempre aperto ed interruzione manuale del corso d'acqua tra una misurazione e l'altra. Questo ci ha permesso di assicurarci che la portata fosse la più precisa e costante possibile.



5.3. Realizzazione del pendolo semplice per il calcolo di g

Dopo aver verificato l'isocronismo e l'indipendenza dalla massa, siamo entrati nel vivo della nostra indagine: la determinazione numerica dell'accelerazione di gravità g . Anche in questa fase abbiamo deciso di utilizzare sia la sfera di acciaio che quella di legno. Ci siamo concentrati sulla precisione delle misure temporali e sulla variazione della lunghezza del filo.

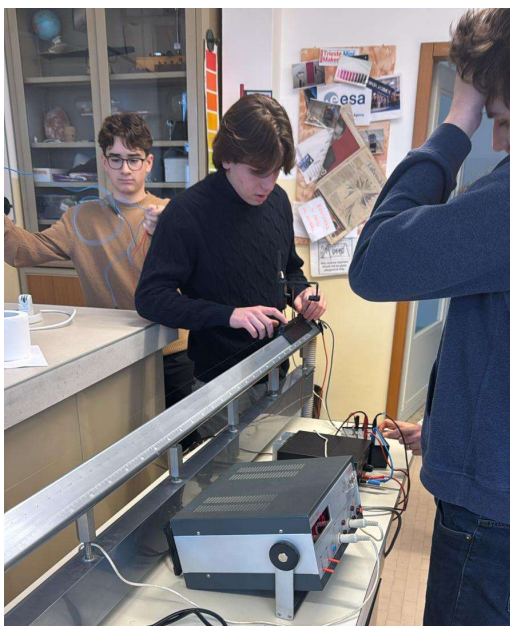


Seguendo l'intuizione di Galileo, secondo cui i tempi delle vibrazioni sono in proporzione "suddupla" (radice quadrata) delle lunghezze dei fili, abbiamo effettuato misurazioni per diverse lunghezze della sospensione. Questo ci ha permesso di ottenere più valori di g e di verificare se la costante rimanesse tale al variare della geometria del sistema.

Per ogni lunghezza, abbiamo misurato il periodo T pesando l'acqua uscita dalla nostra cisterna. Abbiamo trasformato il peso dell'acqua in tempo attraverso una costante di taratura precedentemente determinata. Contemporaneamente all'uso dell'acqua, abbiamo attivato il cronometro digitale. Questo ci ha permesso di notare come, con la dovuta attenzione e coordinazione, i due metodi possano portare a risultati abbastanza vicini. Per ogni configurazione abbiamo mantenuto costante il numero di 10 oscillazioni, effettuando quattro misurazioni per ricavarne la media e i relativi errori sperimentali

5.4. Realizzazione dell'apparato strumentale per la guidovia

Per la seconda fase del progetto, abbiamo utilizzato una guidovia a cuscino d'aria per il calcolo di g .



Il primo passaggio è stato il controllo della guidovia: abbiamo azionato il compressore e livellato accuratamente la rotaia affinché fosse perfettamente orizzontale. Questa condizione è fondamentale per assicurarsi che la forza peso agisca esclusivamente sulla massa.

Il carrello viene inizialmente bloccato da un'elettrocalamita. Questo garantisce una partenza netta e controllata, eliminando le vibrazioni manuali. Abbiamo posizionato la prima fotocellula esattamente al punto di partenza. Il conteggio del tempo si attiva non appena il carrello, rilasciato dall'elettrocalamita, interrompe il fascio luminoso. Questa configurazione è la condizione necessaria per validare la legge oraria del moto uniformemente accelerato partendo da fermo.

La seconda fotocellula è stata posta a una distanza s variabile. Il suo compito è arrestare il timer al passaggio del carrello, fornendo l'intervallo di tempo preciso. Spostiamo la seconda fotocellula lungo la guidovia, misurando la nuova distanza s e riportandola in tabella. Ripetiamo il procedimento per diverse distanze.

6. Raccolta ed analisi dei dati

6.1. Verifica dell'isocronismo

Di seguito viene riportata una tabella riassuntiva dei dati raccolti, in cui si mette a confronto il comportamento della sfera di legno e della sfera di acciaio per verificare l'indipendenza del periodo dalla massa.

Nell'Allegato 1 è riportata la tabella con i dati completi dell'esperimento.

Tabella 1: Confronto dei periodi (sfera di legno vs sfera di acciaio)

N° oscillazioni	T sfera legno (s)	T sfera acciaio (s)	Semidispersione (Legno)	Semidispersione (Acciaio)
5	2,13	2,13	0,23	0,16
8	2,14	2,16	0,06	0,14
10	2,14	2,15	0,17	0,13
15	2,17	2,17	0,04	0,07
21	2,17	2,17	0,14	0,04
25	2,17	2,18	0,30	0,10
31	2,16	2,17	0,14	0,08
37	2,17	2,17	0,10	0,04
45	2,17	2,17	0,23	0,01
50	2,17	2,17	0,37	0,01

Dalla tabella possiamo osservare che, mentre per la sfera di acciaio l'errore tende a diminuire drasticamente con l'aumentare delle oscillazioni (arrivando a un 0,01 s), per la sfera di legno l'errore mostra un incremento anomalo proprio nelle serie più lunghe, toccando lo 0,37 s a 50 oscillazioni.

Questo fenomeno ci ha permesso di fare ulteriori ragionamenti.

Galileo descriveva l'aria come l'unico vero ostacolo al moto dei pendoli. Poiché la sfera di legno è molto più leggera di quella di acciaio, essa subisce un rallentamento molto più rapido. Nelle serie da 50 oscillazioni, l'ampiezza del movimento del legno diventa più piccola. Inoltre quando il pendolo "mantiene un movimento più corto intorno al punto di equilibrio", la precisione della misura cala da rendere difficile distinguere l'istante della fine dell'oscillazione.

La misura del tempo richiede una certa sincronizzazione. Questo causa un aumento della dispersione dei dati.

Nonostante queste difficoltà, i valori medi di T per entrambi i materiali convergono verso i 2,17 s. Questo conferma che, nonostante l'attrito dell'aria rallenti il moto, il periodo rimane indipendente dalla massa, convalidando la legge dell'isocronismo.

6.2. Orologio ad acqua

Per poter utilizzare l'acqua come misura del tempo, abbiamo dovuto procedere alla taratura dello strumento. Questa operazione consiste nel determinare il rapporto costante tra la quantità d'acqua erogata e il tempo trascorso. I dati raccolti durante questa fase sono riportati nella tabella seguente, completi di l'incertezza sulla massa e sul tempo.

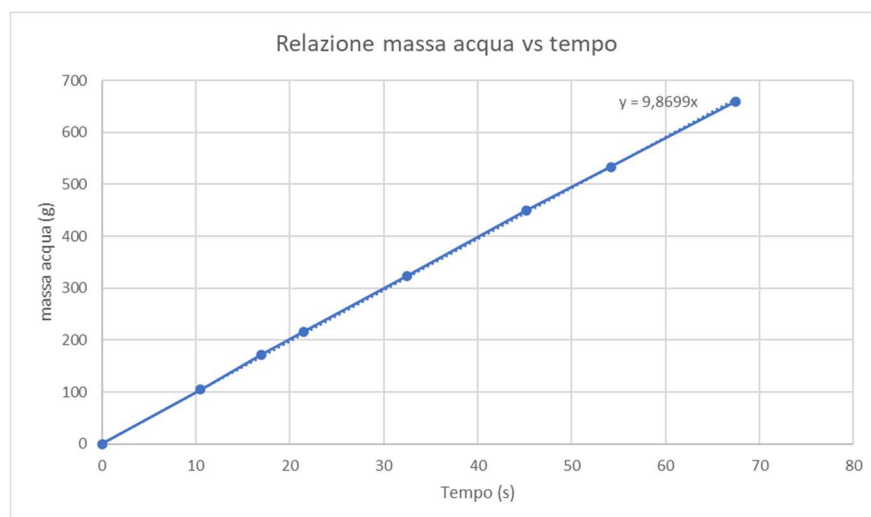
Nell'Allegato 1 è riportata la tabella con i dati completi dell'esperimento.

Tabella 2: Dati taratura orologio ad acqua.

N° oscillazioni	Tempo di oscillazione (s)	massa acqua (g)	errore tempo (s)	errore massa acqua (g)
5	10,49	104,64	0,10	2,39
8	17,01	172,07	0,38	1,96
10	21,5	216,79	0,27	1,31
15	32,51	323,68	0,31	1,66
21	45,18	450,14	0,25	1,74
25	54,16	533,50	0,01	1,79
31	67,46	659,81	0,10	3,01

Abbiamo elaborato i dati in un grafico inserendo in ascissa il tempo e in ordinata la massa dell'acqua. Il grafico mostra una proporzionalità lineare tra le due grandezze, confermando che la portata del nostro rubinetto è rimasta costante durante le prove.

Grafico 1: Relazione lineare massa acqua e tempo.



Dalla retta di regressione abbiamo ricavato il coefficiente angolare, che rappresenta la costante di proporzionalità diretta tra massa e tempo. Questa funzione ci permette di operare in modo inverso

rispetto alla bilancia digitale: conoscendo la massa d'acqua raccolta alla fine di un moto, siamo in grado di calcolare il tempo trascorso.

Osservando la tabella, si nota che gli errori non crescono in modo lineare con l'aumentare delle oscillazioni. Possiamo concludere che l'errore sulla massa non dipende tanto da quanta acqua viene raccolta, ma dalla precisione dei momenti di inizio e fine della raccolta. Inoltre abbiamo riscontrato delle difficoltà nel procedimento dovuto al fatto che la bilancia di laboratorio aveva un limite di portata massima di circa 350 g. Per maggiori misurazioni abbiamo quindi dovuto frazionare la pesata dell'acqua in due passaggi, trasferendo il liquido raccolto in becher distinti.

Il fatto che l'errore sul tempo rimanga contenuto (massimo 0,38s) e che a 25 oscillazioni scenda quasi a zero (0,01s) indica che la procedura è diventata più fluida con la ripetizione, riducendo l'impatto dei tempi di reazione umani.

In conclusione, la funzione della retta da voi ricavata dimostra che il vostro apparato ha funzionato come un sistema di misura piuttosto coerente e riproducibile.

6.3. Calcolo di g dal pendolo semplice

Di seguito viene riportata la tabella relativa al calcolo di g in funzione della variazione della lunghezza del filo L. Le misurazioni del tempo sono state effettuate sia con un cronometro digitale e che con l'orologio ad acqua da noi realizzato, usando sia la sfera di acciaio sia quella di legno. Per ciascuna lunghezza sono state eseguite quattro prove ripetute.

Nell'Allegato 1 è riportata la tabella con i dati completi dell'esperimento.

Tabella 3: Calcolo di g al variare di L per 10 oscillazioni.

lunghezza filo (m)		tempo cronometro (s)		quantità acqua (g)	tempo con orologio ad acqua (s)	g legno orologio ad acqua (m/s^2)	g acciaio cronometro (m/s^2)	calcolo g legno cronometro (m/s^2)	errore g acciaio	errore g legno
acciaio	legno	acciaio	legno							
1,070	1,100	21,34	21,49	211,64	21,44	9,44	9,27	9,39	0,1215	0,0522
0,806	0,800	19,07	18,67	205,00	20,77	9,32	8,99	9,27	0,1668	0,1446
0,600	0,600	16,51	16,49	200,14	20,28	9,04	8,85	9,18	0,1223	0,1386
0,500	0,500	15,49	15,70	193,85	19,64	8,89	8,75	9,04	0,1199	0,1945
0,400	0,400	14,03	13,72	188,97	19,15	8,61	8,75	9,05	0,0372	0,2257
0,300	0,300	12,51	12,46	184,13	18,66	8,46	8,77	8,96	0,1551	0,1387

Dall'analisi della Tabella 3 abbiamo fatto alcuni ragionamenti.

Il confronto tra i valori di g ricavati per la sfera di acciaio e quella di legno conferma che la massa non influisce sul periodo di oscillazione. Per una lunghezza di 1,070 m, i valori ottenuti ($9,27 m/s^2$ e $9,39 m/s^2$) sono vicini tra loro. Questo prova che, nonostante la differenza di materiale, i due

pendoli camminano con lo stesso passo, proprio come osservato da Galileo nei suoi esperimenti con palle di piombo e di sughero.

I dati dimostrano che l'orologio ad acqua è un buon misuratore del tempo. Confrontando il tempo del cronometro digitale con quello calcolato tramite la massa d'acqua (es. per $L=1,070$ m: 21,34 s vs 21,44 s), si nota uno scostamento minimo. Questo risultato conferma che, con una corretta taratura e la necessaria coordinazione motoria, lo strumento da noi costruito è in grado di fornire misure affidabili.

Variando la lunghezza L da 1,070 m a 0,300 m, il sistema ha permesso di verificare la legge secondo cui i tempi delle vibrazioni sono in "proporzione suddupla" (proporzionali alla radice quadrata) delle lunghezze delle fila. I valori di g calcolati rimangono in un intervallo coerente (tra 8,46 e 9,44 m/s^2).

Si osserva che i valori di g ottenuti sono leggermente inferiori al valore standard di 9,81 m/s^2 . Questo scostamento non lo abbiamo vissuto come un fallimento, ma un indizio: Galileo indicava l'attrito dell'aria come l'unico fattore che "va ritardando" il moto. Questo effetto è più marcato sulla sfera di legno, spiegando perché l'errore su g per il legno tenda a essere talvolta superiore o più fluttuante; la dispersione delle misurazioni (calcolata su quattro prove per lunghezza) riflette le piccole variazioni nei tempi di reazione durante l'avvio e l'arresto simultaneo dell'orologio ad acqua e del cronometro. Come detto precedentemente, la necessità di pesare l'acqua in due passaggi per le oscillazioni più lunghe (a causa della portata di 350 g della bilancia) può aver introdotto errori sistematici di trasferimento del liquido, influenzando la precisione del tempo calcolato per le lunghezze maggiori.

In sintesi, i dati della Tabella 3 mostrano una buona coerenza. Sebbene il valore sperimentale di g risenta dei limiti dell'apparato (attriti e sensibilità strumentale), la costanza dei risultati tra i due materiali e la vicinanza tra metodo antico e moderno convalidano pienamente il percorso scientifico intrapreso, trasformando il dato sperimentale in una conoscenza profonda delle leggi del moto.

6.4. Calcolo di g dalla guidovia

Di seguito viene riportata la Tabella 4, contenente i dati raccolti attraverso la guidovia a cuscino d'aria per la determinazione di g . La tabella riporta i diversi valori dello spostamento Δs , l'accelerazione misurata per il carrello e , applicando le leggi della dinamica, il calcolo finale dell'accelerazione di gravità g .

Tabella 4: Calcolo di g al variare di Δs .

media Δs (m)	errore Δs	accelerazione carrello (m/s^2)	g (m/s^2)	errore g
0,88	0,002	0,6361	9,95	0,18
0,83	0,002	0,6325	9,90	0,19
0,78	0,002	0,6223	9,74	0,19
0,73	0,002	0,6264	9,80	0,20
0,68	0,002	0,6294	9,85	0,20
0,63	0,002	0,6338	9,92	0,21
0,60	0,002	0,6425	10,05	0,22
0,53	0,002	0,6370	9,97	0,23
0,48	0,002	0,6485	10,15	0,25
0,43	0,002	0,6503	10,18	0,27
0,38	0,002	0,6516	10,20	0,29

I dati mostrano che i valori di g ottenuti oscillano attorno al valore teorico di $9,81 \text{ m/s}^2$. Tuttavia, si osserva uno scostamento sistematico: all'accorciarsi dello spazio percorso (Δs), il valore calcolato di g tende a crescere, allontanandosi dal valore reale e mostrando un errore associato sempre più alto (fino a 0,29 per 0,38 m).

Questo comportamento del dato ci permette di formulare alcune ipotesi sulle sue possibili cause:

1. Per brevi distanze, il tempo di percorrenza è molto ridotto. In queste condizioni, anche un minimo errore nella posizione delle fotocellule o nella velocità di risposta del timer digitale ha un impatto percentuale molto più alto sul risultato finale. Questo spiega perché l'incertezza su g aumenti progressivamente al diminuire di Δs .
2. Se l'elettrocalamita comunica un piccolissimo impulso iniziale al carrello, o se il carrello non parte esattamente da fermo, il tempo misurato risulterà inferiore a quello teorico. Poiché g è inversamente proporzionale al quadrato del tempo, una sottostima del tempo porta a una sovrastima del valore di g , come osservato nelle ultime righe della tabella ($10,20 \text{ m/s}^2$).
3. Sebbene la guidovia riduca drasticamente gli attriti, l'energia necessaria per mettere in rotazione la carrucola della guidovia o il minimo attrito viscoso dell'aria possono alterare l'accelerazione misurata.
4. Se la guidovia non fosse perfettamente orizzontale si potrebbe aggiungere una componente della gravità al moto del carrello, alterando il calcolo di g in base alla direzione della pendenza parassita.

8. Conclusioni finali

In conclusione, questo progetto ci ha permesso di trasformare il numero astratto di $9,81 \text{ m/s}^2$

in una realtà misurata attraverso la nostra esperienza diretta. Nonostante gli strumenti moderni, abbiamo voluto riprodurre il metodo di Galileo, partendo dalla verifica dell'isocronismo con due sfere di acciaio e legno. Per entrambe, abbiamo misurato un periodo medio di 2,17 s, confermando che il tempo di oscillazione non dipende dalla massa.

Nel calcolo di g con il pendolo, variando la lunghezza del filo da 1,070 m a 0,300 m, abbiamo ottenuto valori compresi tra 8,46 e 9,44 m/s^2 . Per $L=1,070\text{m}$, i risultati sono stati particolarmente significativi: 9,27 m/s^2 per l'acciaio e 9,39 m/s^2 per il legno. L'uso dell'orologio ad acqua è stato fondamentale; lo abbiamo tarato ottenendo una retta che mette in relazione lineare massa d'acqua e tempo. Abbiamo però dovuto gestire un limite tecnico: la bilancia del laboratorio aveva una portata di soli 350 g, costringendoci a frazionare le pesate per le serie di oscillazioni più lunghe.

Passando alla tecnologia moderna con la guidovia a cuscino d'aria, abbiamo applicato le leggi della dinamica usando un carrello e una massa sospesa. I dati raccolti con le fotocellule hanno mostrato valori di g oscillanti attorno al valore teorico, con risultati tra 9,74 m/s^2 e 10,20 m/s^2 . Abbiamo notato che lo scostamento aumentava al diminuire della distanza Δs , arrivando a un errore di 0,29 per uno spostamento di 0,38 m, probabilmente a causa di piccoli impulsi iniziali dell'elettrocalamita o errori percentuali più alti su tempi brevi.

In sintesi, pur riscontrando una imprecisione finale di circa il 2% rispetto al valore di riferimento, siamo riusciti a ottenere un valore sperimentale complessivo di 9,51 m/s^2 . Questo scostamento non è stato un fallimento, ma ci ha insegnato a considerare i fattori reali come l'attrito dell'aria, che "va ritardando" il moto soprattutto sulla sfera di legno, e i limiti della sensibilità strumentale. Oltre ai dati tecnici, torniamo in classe con la consapevolezza che la fisica richiede precisione, pazienza e una grande capacità di collaborazione.

6.5. Uno sguardo a strumenti futuri

La nostra ricerca ci ha mostrato che la sfida per la precisione iniziata nel Seicento non si è mai fermata. Se Galileo vedeva nel pendolo un "inalterabile e spassionato giudice", oggi la tecnologia ha portato quel concetto a livelli incredibili. Nelle moderne ricostruzioni si usano sensori a infrarossi, ultrasuoni e laser per tracciare il moto delle sfere ed eliminare l'incertezza del traguardo visivo, arrivando a misurare il centesimo di secondo. Le bilance moderne rilevano variazioni infinitesimali di peso, superando di gran lunga quelle degli orafi del passato. Oggi la fisica di frontiera utilizza interferometri atomici e gravimetri superconduttori, strumenti così sensibili da poter "sentire" le maree, lo spostamento delle falde acquifere sotterranee o la presenza di minerali. La misura di g è diventata fondamentale non solo per la fisica, ma anche per la geologia e l'esplorazione dello spazio profondo.

Ma questo può essere solo uno spunto per la nostra prossima ricerca...

“In questo progetto ho imparato a non mollare mai e impegnarmi sempre con costanza fino a raggiungere il mio obiettivo; molte volte mi è successo di lasciare tutto perché mi sembrava di non riuscire, ma questa volta, ho dato il 100% del mio impegno e di fatti siamo giunti a un buon risultato inoltre grazie a questa esperienza ho potuto legare maggiormente con coetanei con cui non avevo un così forte legame.” G.B.

“A mio parere, questo progetto è stato davvero un'esperienza importante nella mia vita perché non tutti hanno l'occasione di andare a cimentarsi su un progetto di fisica in laboratorio. La collaborazione tra i vari membri del gruppo è stata vincente per verificare le conclusioni che aveva fatto Galileo ben 400 anni fa. Ci sono stati momenti di impegno e collaborazione, alternati a scherzo e a divertimento, e tutto ciò è stato la chiave per arrivare alla conclusione del progetto.” P.M.

“In conclusione, ritengo personalmente che questo esperimento mi abbia reso più tollerante nell'accettare l'errore e, nonostante quest'ultimo, di continuare a tentare di raggiungere un obiettivo. Sin da piccolo sono stato una persona che perdeva le staffe a ogni singola imprecisione, al punto tale da irritarmi, per esempio, per aver preso 9 e mezzo anziché il solito 10 in matematica. Ammetto che è stato difficile, con particolare riferimento alla fase della costruzione dell'orologio ad acqua: abbiamo infatti dovuto scartare il lavoro di più e più giorni per un singolo sballamento nella portata del rubinetto. Oltre ad assumere nuove conoscenze negli argomenti trattati, strettamente collegati a un concetto della fisica che è una delle basi della nostra vita in quanto esseri umani (senza l'accelerazione di gravità saremmo scaraventati immediatamente nello spazio, dato che il pianeta Terra continuerebbe il suo moto di rivoluzione attorno al Sole senza trascinarci insieme a esso), ho potuto migliorare le mie connessioni sociali con alcuni alunni della mia classe che avevo di rado considerato.” L.M.

“A mio avviso, il progetto si è concluso con successo grazie a un efficace lavoro di collaborazione tra i membri del gruppo, che ha permesso di raggiungere gli obiettivi prefissati. L'attività svolta in laboratorio ha richiesto costanza e impegno, alternati a momenti di confronto sereno, elementi che si sono rivelati fondamentali per il buon esito del lavoro. Questa esperienza ha consentito di verificare sperimentalmente le conclusioni formulate da Galileo circa quattrocento anni fa e ha rappresentato un'occasione formativa di grande valore, considerando che non è frequente poter partecipare a un progetto di fisica sperimentale. Nel complesso, si è trattato di un'esperienza significativa e rilevante per il mio percorso personale.” G.S.

“Questa esperienza è stata per me un'occasione unica: abbiamo passato pomeriggi a lottare con l'orologio ad acqua che perdeva, a esultare invece quando un dato finalmente combaciava. Questo progetto ha fatto nascere in me grande curiosità che mi ha fatto scoprire la fisica vera, quella delle scoperte e degli esperimenti, la quale non avevo mai sperimentato. Mi ha insegnato

perseveranza nei fallimenti e passione per questa materia, aumentando sempre maggiormente la mia voglia di esplorare.” R.S.

9. Allegati

Allegato 1: Tabelle complete con i dati di tutti gli esperimenti (taratura orologio ad acqua, calcolo di g con il pendolo, calcolo di g con la guida ad aria).

10. Sitografia e bibliografia

Bocci, F., & Malegori, G., & Milanesi, G., (2024). *Sistema Fisica* (Primo biennio), Petrini DeaScuola.

Fabbri, S., & Masini, M. (2024). *FTE green fisica teorie esperimenti* (1st ed, Vol.1) Sei.

Vergara Caffarelli, R. (2005). *Il laboratorio di Galileo Galilei*.

Newton, Roger G. (2008) *Il pendolo di Galileo*, Bollati Boringhieri.

Museo del cielo e della terra [Sito web]. <https://museocieloeterra.org/approfondimenti/il-pendolo-tra-galileo-galilei-e-christian-huygens/>

Unipi [Sito web]. https://osiris.df.unipi.it/~rossi/Huygens_Rossi.pdf

ALLEGATO 1

Verifica dell'isocronismo

numero oscillazioni	Tempo Legno (s)	Numero Oscillazioni Ferro	Tempo Ferro (s)	Periodo Legno (s)	Periodo Ferro (s)	Media T legno (s)	Media T ferro (s)	Errore assoluto periodo legno (s)	Errore assoluto periodo ferro (s)
5	10,8	5	10,8	2,160	2,160	2,127	2,133	0,23	0,155
5	10,34	5	10,49	2,068	2,098				
5	10,77	5	10,71	2,154	2,142				
8	17,19	8	17,4	2,149	2,175	2,143	2,160	0,055	0,14
8	17,08	8	17,32	2,135	2,165				
8	17,17	8	17,12	2,146	2,140				
10	21,53	10	21,42	2,153	2,142	2,136	2,153	0,17	0,125
10	21,19	10	21,51	2,119	2,151				
10	21,35	10	21,67	2,135	2,167				
15	32,53	15	32,51	2,169	2,167	2,166	2,171	0,035	0,07
15	32,49	15	32,65	2,166	2,177				
15	32,46	15	32,54	2,164	2,169				
21	45,67	21	45,52	2,175	2,168	2,170	2,166	0,135	0,035
21	45,4	21	45,45	2,162	2,164				
21	45,66	21	45,51	2,174	2,167				
25	54,53	25	54,48	2,181	2,179	2,169	2,175	0,3	0,1
25	54,2	25	54,4	2,168	2,176				
25	53,93	25	54,28	2,157	2,171				
31	67,02	31	67,31	2,162	2,171	2,158	2,172	0,145	0,08
31	66,73	31	67,28	2,153	2,170				
31	66,93	31	67,44	2,159	2,175				
37	80,39	37	80,41	2,173	2,173	2,174	2,173	0,1	0,04
37	80,38	37	80,36	2,172	2,172				
37	80,58	37	80,44	2,178	2,174				
45	97,91	45	97,84	2,176	2,174	2,173	2,174	0,23	0,01
45	97,97	45	97,83	2,177	2,174				
45	97,51	45	97,83	2,167	2,174				
50	108,5	50	108,51	2,170	2,170	2,171	2,170	0,365	0,01
50	108,92	50	108,51	2,178	2,170				
50	108,19	50	108,51	2,164	2,170				

Taratura orologio ad acqua

N° oscillazioni	peso acqua (g)	tempo (s)	medie TEMPO (s)	medie massa acqua (g)	errore tempo (s)	errore massa acqua (g)
0	0	0	0	0	0	0
5	103,08	10,49	10,49	104,64	0,1	2,39
5	106,55	10,54				
5	106,85	10,57				
5	102,07	10,37				
8	173,7	17,42	17,01	172,07	0,38	1,96
8	170,33	16,78				
8	174,08	17,17				
8	170,16	16,67				
10	217,7	21,27	21,5	216,79	0,27	1,31
10	217,58	21,42				
10	215,08	21,8				
15	324,84	32,41	32,51	323,68	0,31	1,66
15	324,67	32,25				
15	321,53	32,86				
21	450,58	45,37	45,18	450,14	0,25	1,74
21	451,65	45,32				
21	448,18	44,86				
25	534,7	54,15	54,16	533,5	0,01	1,79
25	534,68	54,17				
25	531,13	54,15				
31	663,62	67,37	67,46	659,81	0,1	3,01
31	658,19	67,43				
31	657,61	67,58				

Calcolo g da pendoli

lunghezza filo (m)			numero oscillazioni	tempo cronometro (s)		quantità acqua igrometro (g)	tempo con orologio ad acqua	calcolo g ferro tempo cronometro	calcolo g legno tempo idrometro	calcolo g ferro tempo cronometro	calcolo g legno tempo cronometro	periodo ferro	periodo legno
ferro	legno	ferro		legno									
1,07	1,1	10	21,13	21,54	216,07	21,89	8,81	9,05	9,45	9,35	21,13	21,54	
1,07	1,1	10	21,32	21,51	208	21,07	9,50	9,77	9,28	9,38	21,32	21,51	
1,07	1,1	10	21,27	21,36	212,05	21,48	9,14	9,40	9,33	9,51	21,27	21,36	
1,07	1,1	10	21,65	21,56	210,42	21,32	9,28	9,54	9,00	9,33	21,65	21,56	
0,806	0,8	10	19,5	18,88	189,53	19,20	8,62	8,56	8,36	8,85	19,5	18,88	
0,806	0,8	10	19,09	18,71	188,56	19,10	8,71	8,64	8,72	9,01	19,09	18,71	
0,806	0,8	10	18,87	18,77	186,9	18,94	8,86	8,80	8,93	8,96	18,87	18,77	
0,806	0,8	10	18,82	18,33	190,9	19,34	8,50	8,43	8,97	9,39	18,82	18,33	
0,6	0,6	10	16,73	16,69	170,15	17,24	7,96	7,96	8,45	8,49	16,73	16,69	
0,6	0,6	10	16,32	16,22	170,21	17,25	7,96	7,96	8,88	8,99	16,32	16,22	
0,6	0,6	10	16,42	16,55	166,94	16,91	8,27	8,27	8,78	8,64	16,42	16,55	
0,6	0,6	10	16,57	16,49	167,94	17,02	8,17	8,17	8,62	8,70	16,57	16,49	
0,5	0,5	10	15,64	15,89	155,55	15,76	7,94	7,94	8,06	7,81	15,64	15,89	
0,5	0,5	10	15,25	15,32	152,88	15,49	8,22	8,22	8,48	8,40	15,25	15,32	
0,5	0,5	10	15,57	15,57	155,59	15,76	7,94	7,94	8,13	8,13	15,57	15,57	
0,5	0,5	10	15,51	16,02	155,63	15,77	7,93	7,93	8,20	7,68	15,51	16,02	
0,4	0,4	10	14	14,01	139,63	14,15	7,88	7,88	8,05	8,04	14	14,01	
0,4	0,4	10	14,06	13,34	141,25	14,31	7,70	7,70	7,98	8,86	14,06	13,34	
0,4	0,4	10	14,06	13,59	139,43	14,13	7,90	7,90	7,98	8,54	14,06	13,59	
0,4	0,4	10	14	13,95	141,2	14,31	7,71	7,71	8,05	8,11	14	13,95	
0,3	0,3	10	12,28	12,66	126,91	12,86	7,16	7,16	7,85	7,38	12,28	12,66	
0,3	0,3	10	12,53	12,49	126,18	12,78	7,24	7,24	7,54	7,58	12,53	12,49	
0,3	0,3	10	12,71	12,39	128,53	13,02	6,98	6,98	7,32	7,71	12,71	12,39	
0,3	0,3	10	12,53	12,29	127,79	12,95	7,06	7,06	7,54	7,83	12,53	12,29	

errore periodo ferro	errore periodo legno	errore l ferro	errore l legno	errore rel lunghezza ferro	errore rel lunghezza legno	errore rel periodo ferro	errore rel periodo legno	somma errori rel ferro	somma errori rel legno	errore assoluto g ferro	errore assoluto g legno
0,26	0,1	0,001	0,001	0,00093	0,00091	0,01218	0,00465	0,0131	0,00556	0,1215	0,0522
0,34	0,275	0,001	0,001	0,00124	0,00125	0,01783	0,01473	0,0191	0,01598	0,1668	0,1446
0,205	0,235	0,001	0,001	0,00167	0,00167	0,01242	0,01425	0,0141	0,01592	0,1223	0,1386
0,195	0,35	0,001	0,001	0,00200	0,00200	0,01259	0,02229	0,0146	0,02429	0,1199	0,1945
0,03	0,335	0,001	0,001	0,00250	0,00250	0,00214	0,02441	0,0046	0,02691	0,0372	0,2257
0,215	0,185	0,001	0,001	0,00333	0,00333	0,01718	0,01485	0,0205	0,01818	0,1551	0,1387

Calcolo g da guidovia

casì	posizione iniziale (m)	posizione finale (m)	tempo (s)	delta s (m)	massa carrello (kg)	massa pesetto (kg)	media tempo (s)	errore tempo	media delta s (m)	errore delta s	accelerazione sistema (m/s^2)	valore g	errore assoluto g
1	0,07	0,95	1,67	0,88	0,3750	0,0256	1,66	0,01	0,88	0,002	0,6361	9,95	0,18
1	0,07	0,95	1,66	0,88	0,375	0,0256							
1	0,07	0,95	1,66	0,88	0,375	0,0256							
2	0,07	0,9	1,61	0,83	0,3750	0,0256	1,62	0,01	0,83	0,002	0,6325	9,90	0,19
2	0,07	0,9	1,62	0,83	0,375	0,0256							
2	0,07	0,9	1,63	0,83	0,375	0,0256							
3	0,07	0,85	1,58	0,78	0,3750	0,0256	1,58	0,01	0,78	0,002	0,6223	9,74	0,19
3	0,07	0,85	1,59	0,78	0,375	0,0256							
3	0,07	0,85	1,58	0,78	0,375	0,0256							
4	0,07	0,8	1,53	0,73	0,3750	0,0256	1,53	0,01	0,73	0,002	0,6264	9,80	0,20
4	0,07	0,8	1,52	0,73	0,375	0,0256							
4	0,07	0,8	1,53	0,73	0,375	0,0256							
5	0,07	0,75	1,47	0,68	0,3750	0,0256	1,47	0,01	0,68	0,002	0,6294	9,85	0,20
5	0,07	0,75	1,47	0,68	0,375	0,0256							
5	0,07	0,75	1,47	0,68	0,375	0,0256							
6	0,07	0,7	1,41	0,63	0,3750	0,0256	1,41	0,01	0,63	0,002	0,6338	9,92	0,21
6	0,07	0,7	1,41	0,63	0,375	0,0256							
6	0,07	0,7	1,41	0,63	0,375	0,0256							
7	0,07	0,67	1,36	0,6	0,3750	0,0256	1,37	0,01	0,60	0,002	0,6425	10,05	0,22
7	0,07	0,67	1,38	0,6	0,375	0,0256							
7	0,07	0,67	1,36	0,6	0,375	0,0256							
8	0,07	0,6	1,29	0,53	0,3750	0,0256	1,29	0,01	0,53	0,002	0,6370	9,97	0,23
8	0,07	0,6	1,29	0,53	0,375	0,0256							
8	0,07	0,6	1,29	0,53	0,375	0,0256							
9	0,07	0,55	1,22	0,48	0,3750	0,0256	1,22	0,01	0,48	0,002	0,6485	10,15	0,25
9	0,07	0,55	1,22	0,48	0,375	0,0256							
9	0,07	0,55	1,21	0,48	0,375	0,0256							
10	0,07	0,5	1,15	0,43	0,3750	0,0256	1,15	0,01	0,43	0,002	0,6503	10,18	0,27
10	0,07	0,5	1,15	0,43	0,375	0,0256							
10	0,07	0,5	1,15	0,43	0,375	0,0256							
11	0,07	0,45	1,08	0,38	0,3750	0,0256	1,08	0,01	0,38	0,002	0,6516	10,20	0,29
11	0,07	0,45	1,08	0,38	0,375	0,0256							
11	0,07	0,45	1,08	0,38	0,375	0,0256							